

Theoretische Mechanik und mathematische Methoden

Quickies: Gruppen, Vektoren, Kräfte

1. Gruppen

- (a) Ist die Eigenschaft, dass eine Zahl gerade/ungerade ist, eine Gruppe bezüglich Addition der Zahlen?
- (b) Ist die Eigenschaft, dass eine Zahl gerade/ungerade ist, eine Gruppe bezüglich Multiplikation der Zahlen?
- (c) Sind die Uhrzeiten $\{1, \dots, 12\}$ eine Gruppe bezüglich Addition?

2. Bäume und Slacklines

Wir betrachten eine alleinstehende Kastanie mit einem $L = 5$ m hohen Stamm und darüber einer Baumkrone mit einem Durchmesser von $D = 10$ m.

- (a) Mit welcher Kraft drückt ein Sturm, der mit $v = 50$ km/h über das Land fegt, auf die Baumkrone?
Hinweis: Dimensionsanalyse basierend auf v , D und der Dichte von Luft, $\rho \approx 1$ kg/m³.
- (b) Welchem Drehmoment müssen die Wurzeln dann widerstehen, damit der Baum nicht fällt?
- (c) Eine Faustformel¹ für die von einer Slackline auf den Baum ausgeübte Kraft ist

$$F = \frac{M \ell}{400 d}$$

wobei ℓ die Länge und d der Durchhang der Slackline in [m] sind, und M die Masse des Slackliners in [kg]. Die resultierende Kraft F wird in dieser Formel in [kN] angegeben. In dieser Formel passen die Einheiten nicht und es gibt dort einen nicht sehr intuitiven Faktor 400. Warum liefert sie dennoch die korrekte numerische Vorhersage für die Kraft?

- (d) Vergleichen Sie das Drehmoment aufgrund des Sturms mit dem Drehmoment, welches eine in 2 m Höhe gespannte Slackline auf den Baum ausübt.

¹siehe <https://de.wikipedia.org/wiki/SlacklineBruchlast>

- (e) Welche Größe sollte ein Baum also mindestens haben, damit Sie sicher eine Slackline daran festmachen können?

Bonus für Schnelldenker: Perle auf einem Stab

Betrachten Sie eine Perle der Masse m , die sich reibungsfrei auf einem Stab der Masse M bewegen kann. Der Stab hat die Länge L und er ist an einem Ende mit einem Gelenk befestigt, so dass er frei schwingen kann. Wir halten den Stab horizontal mit der Perle direkt am Gelenk. Dann lassen wir los. Als l bezeichnen wir die Position der Perle, wenn der Stab senkrecht nach unten zeigt.

- (a) Skizzieren Sie das Experiment.
(b) Hängt der Quotient $\eta = l/L$ von L ab?
(c) Von welchen anderen Parametern könnte er abhängen?