

# Theoretische Mechanik und mathematische Methoden

## Blatt 1. Präsenzübung

**Anmerkung:** Weisen Sie uns bitte darauf hin, wenn Ihnen zur Bearbeitung einer Aufgabe das Vorwissen fehlt!

### 1. Kraftstoffverbrauch

- Bei einer konstanten Geschwindigkeit von 45 m/s verbraucht mein PKW  $3.6 \times 10^{-6} \text{ m}^3$  Dieselkraftstoff pro Sekunde. Wie hoch ist der Verbrauch, wenn Sie dies in Litern pro 100 km ausdrücken?
- Der Tank fasst 60 L. Wie würde diese Größenangabe in SI-Einheiten lauten? Wie weit kann man mit einer Tankfüllung fahren (in SI-Einheiten)? Wie lange kann man mit einer Tankfüllung fahren (in SI-Einheiten und in Stunden/Minuten)?

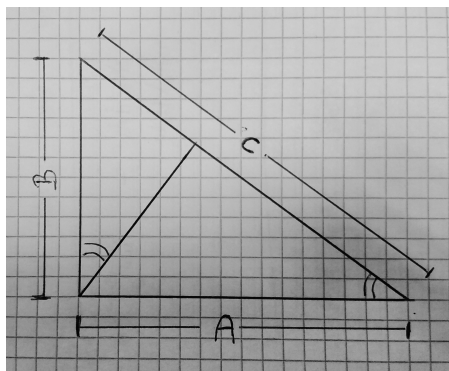
### 2. Satz von Pythagoras.

Betrachten Sie die Abbildung rechts. Wir nennen den eingezeichneten Winkel  $\beta$ .

- Wir schlagen vor, dass die Fläche  $\mathcal{F}_C$  des gesamten Dreiecks sich schreiben lässt als

$$\mathcal{F}_c = C^\nu f(\beta)$$

Dabei ist  $f(\beta)$  eine dimensionslose Funktion des Winkels  $\beta$ . Bestimmen Sie den Wert von  $\nu$  mittels einer Betrachtung der Dimensionen.



- Durch die eingezeichnete Höhe des Dreiecks wird die Gesamtfläche in zwei Teilflächen unterteilt. Sie sind wiederum rechtwinklige Dreiecke, doch nun mit Hypotenusenlängen  $A$  und  $B$ . Was können Sie über die Flächen  $\mathcal{F}_A$  und  $\mathcal{F}_B$  dieser Dreiecke sagen?

- Beweisen Sie den Satz von Pythagoras!

Bonus. Ermitteln Sie die Funktion  $f(\beta)$ .

### 3. Karthesische Koordinaten

Tragen Sie folgende Punkte in ein karthesisches Koordinatensystem ein:

(a)  $(0; 0)$   $(0; 3)$   $(2; 5)$   $(4; 3)$   $(4; 0)$ .

Fügen Sie  $(0; 0)$   $(4; 3)$   $(0; 3)$   $(4; 0)$  hinzu und verbinden Sie in der gegebenen Reihenfolge. Was ergibt sich?

(b)  $(0; 0)$   $(1; 4)$   $(2; 0)$   $(-1; 3)$   $(3; 3)$   $(0; 0)$ . Was ergibt sich bei Verbinden der Punkte?

### 4. Polarkoordinaten

Tragen Sie folgende Punkte in ein Koordinatensystem mit Polarkoordinaten ein:

$$\left(3; \frac{\pi}{2}\right) \left(3; \frac{13\pi}{10}\right) \left(3; \frac{\pi}{10}\right) \left(3; \frac{9\pi}{10}\right) \left(3; \frac{17\pi}{10}\right) \left(3; \frac{5\pi}{10}\right)$$

Warum ist es manchmal günstiger Polarkoordinaten zu wählen?

**Bonus.** Beschreiben Sie den Davidstern in Polarkoordinaten.

### 5. Freier Fall mit Reibung.

Der freie Fall einer Kugel in einem viskosen Medium genügt der Bewegungsgleichung

$$\ddot{h}(t) = -g - \gamma \dot{h}(t).$$

Dabei beschreibt  $h(t)$  die vertikale Position der Kugel,  $g$  ist die Fallbeschleunigung und der Koeffizient  $\gamma$  beschreibt die viskose Dämpfung. Die Punkte bezeichnen Ableitungen bezüglich  $t$ .

(a) Zeigen Sie, dass  $w(\tau) = \gamma \dot{h}(t)/g$  mit  $\tau = \gamma t$  der folgenden Gleichung genügt

$$\frac{dw(\tau)}{d\tau} = -1 - w(\tau).$$

Wo bleibt hier die Abhängigkeit der Bewegung von den Parametern  $g$  and  $\gamma$ ?

(b) Bestimmen Sie die Lösung der Gleichung für die Anfangsbedingung  $w(\tau_0) = w_0$ . Was passiert für  $w_0 = -1$ ? Mit welcher Geschwindigkeit fällt die Kugel dann?

(c) Skizzieren Sie die Lösung und interpretieren Sie den Kurvenverlauf. Wie verhalten sich die Lösungen für  $\gamma t \gg 1$ ?

(d) Bestimmen Sie  $h(t)$ .