Universität Leipzig
Fakultät für Physik und Geowissenschaften
K. Kroy, J. Vollmer

Wintersemester 2018/19
Mo, 15. 10. 2018

Theoretische Physik I. Mechanik

Blatt 1. Präsenzübung

Anmerkung: Weisen Sie uns bitte darauf hin, wenn Ihnen zur Bearbeitung einer Aufgabe das Vorwissen fehlt!

1. Freier Fall mit Reibung.

Der freie Fall einer Kugel in einem viskosen Medium genügt der Bewegungsgleichung

$$\ddot{h}(t) = -g - \gamma\,\dot{h}(t)\,.$$

Dabei beschreibt $h(t)$ die vertikale Position der Kugel, g ist die Fallbeschleunigung und der Koeffizient γ beschreibt die viskose Dämpfung. Die Punkte bezeichnen Ableitungen bezüglich t.

(a) Zeigen Sie, dass $w(\tau) = \gamma\dot{h}(t)/g$ mit $\tau = \gamma t$ der folgenden Gleichung genügt

$$\frac{\mathrm{d}w(\tau)}{\mathrm{d}\tau} = -1 - w(\tau)\,.$$

Wo bleibt hier die Abhängigkeit der Bewegung von den Parametern g and γ?

(b) Bestimmen Sie die Lösung der Gleichung für die Anfangsbedingung $w(\tau_0) = w_0$. Was passiert für $w_0 = -1$? Mit welcher Geschwindigkeit fällt die Kugel dann?

(c) Skizzieren Sie die Lösung und interpretieren Sie den Kurvenverlauf. Wie verhalten sich die Lösungen für $\gamma t \gg 1$?

(d) Bestimmen Sie $h(t)$.

2. Bewegung auf einer rotierenden Kugeloberfläche.

Die überdämpfte Bewegung eines Teilchens auf einer rotierenden Kugeloberfläche führt (näherungsweise) auf die Differentialgleichung

$$\dot{\theta}(t) = \gamma\;[c - \theta(t)]\;\theta(t) \quad \text{mit} \quad 0 \le \theta \le \pi\,.$$

Dabei wird die Konstante $0 \le c < \pi/2$ von der Rotationsgeschwindigkeit determiniert und γ von der Reibung.

(a) Lösen Sie die Gleichung mittels Variablentrennung und Partialbruchzerlegung.

(b) Skizzieren Sie $\theta(t)/c$ als Funktion von $c\gamma t$ für unterschiedliche Anfangsbedingungen $\theta(t_0) = \theta_0$.

(c) Warum ist es sinnvoll $\theta(t)/c$ als Funktion von $c\gamma t$ aufzutragen?

3. Das mathematische Pendel.

Die Bewegungsgleichung für die Auslenkung $\theta(t)$ eines mathematischen Pendels aus der Ruhelage $\theta_c = 0$ ist

$$\ddot{\theta}(t) = -\omega^2 \sin\theta(t)\,.$$

Dabei ist ω die Eigenfrequenz des Pendels.

(a) Ohne Beschränkung der Allgemeinheit sei im Folgenden $\omega = 1$!
Wieso ist dies keine Einschränkung?

(b) Verifizieren Sie, dass $\theta(t) \simeq A\,\sin(\phi_0 + t - t_0)$, sofern $A \ll 1$.
Welche Einschränkung an die Anfangsbedingungen impliziert dies?

(c) Beweisen Sie, dass $\dot{\theta}^2 - 2\cos\theta$ sich zeitlich nicht ändert, dass jedoch unterschiedliche Anfangsbedingungen einer unterschiedlichen Konstante C entsprechen. Was bedeutet dies physikalisch?

(d) Zeichnen Sie die Kurven $\dot{\theta}^2 - 2\cos\theta = C$ in der $(\theta, \dot{\theta})$-Ebene. Welche Werte kann C annehmen? Skizzieren Sie Lösungen für

i. $0 \leq C + 2 \ll 1$,

ii. $C = 2$,

iii. $C \gg 2$.

Welcher Bewegung des Pendels entsprechen diese Lösungen?
Was ändert sich für unterschiedliche Werte von ω?