

Sonderdruck aus:
„Naturwissenschaft und Philosophie“
Beiträge zum Internationalen Symposium über Naturwissenschaft und Philosophie
anlässlich der 550-Jahr-Feier der Karl-Marx-Universität Leipzig
Akademie-Verlag · Berlin 1960

ZUM AUFBAU DER RELATIVITÄTSTHEORIE
NACH ALEXANDROW

Armin Uhlmann (Jena)

1.

Oft ergeben sich sehr unterschiedliche Aspekte, wenn man eine Theorie zur Zeit ihrer Entstehung betrachtet, ihren historischen Werdegang verfolgt oder aber, wenn man ihre Grundlagen vom Standpunkt des Wissens und der Erkenntnisse einschätzt, die sich nach vielen Jahren ihrer „Geburt“ angehäuft haben. Man ist geneigt, eine neu entstehende Theorie vom Blickpunkt derjenigen Einsichten zu beurteilen, die vor ihrem Aufkommen vorhanden waren. Im Laufe der Zeit jedoch wird jede Theorie von historischen Zufälligkeiten und subjektiven Unzulänglichkeiten gereinigt.

Diese Feststellung können wir auch für die Relativitätstheorie treffen, obwohl sie, wie es scheint, ihr „Reifestadium“ noch nicht vollendet hat. Tatsächlich ist es üblich, zur Charakterisierung der Relativitätstheorie davon auszugehen, daß gewisse physikalische Größen, denen man bis Einstein einen nur vom zu untersuchenden Objekt abhängigen Wert zuschrieb, nunmehr zusätzlich vom Bewegungszustand der Beobachter relativ zu diesem Objekt abhängen. Dazu kommt, daß die in Rede stehenden physikalischen Größen sehr elementarer Struktur sind: Räumliche Abstände, zeitliche Distanzen, Masse, Energie, Impuls usw. werden zu Relationen zwischen physikalischen Systemen und dem Bewegungszustand von Beobachtern (d. h. Meßgeräten usw.).

Der von Alexandrow angedeutete Aufbau der Relativitätstheorie verspricht, alle diese Effekte als Folgerungen aus der Struktur der „absoluten“ Raum-Zeit-Welt zu verstehen. Dabei bezieht sich das Wort „absolut“ auf die Tatsache, daß diese Struktur *keine* Relation zwischen dem Bewegungszustand irgendwelcher Beobachter und dem

physikalischen System ist, sondern nur zu letzterem gehört. Zudem kommt der Alexandrowsche Aufbau mit einem Minimum an Voraussetzungen (Axiomen) aus.

Nimmt man den Standpunkt von Alexandrow ein, so handelt die Relativitätstheorie tatsächlich von der Bestimmung der Struktur der Raum-Zeit-Welt und von den Folgerungen, die sich aus dieser Struktur für die anderen (nicht-metrischen) physikalischen Felder sowie für einige ihrer wichtigsten Charakteristika (Masse, Energie, Impuls u. ä.) ziehen lassen. Mit anderen Worten, es handelt sich um die Bestimmung des metrischen Feldes g_{ik} und um die Konsequenzen, die man aus den Eigenschaften dieses Tensors ziehen kann. Deshalb sieht Alexandrow in der Relativitätstheorie in erster Linie eine Theorie von Raum und Zeit.

2.

Wir wollen zunächst das Gemeinschaftliche der Speziellen und der Allgemeinen Relativitätstheorie herausstellen, um später ihre Unterscheidung klarer zu ermöglichen.¹

Zunächst enthält die Theorie ganz elementare Dinge, die zu unseren allgemeinsten Erfahrungen gehören. Dabei handelt es sich um die Tatsache, daß der Raum drei- und die Zeit ein-dimensional sind. Die Vereinigung von Raum und Zeit muß somit eine vier-dimensionale Mannigfaltigkeit sein, deren „Punkte“ die Raum-Zeit-Punkte sind.

Ein räumlich möglichst kleiner und zeitlich möglichst kurzer Ausschnitt aus einem physikalischen Geschehen nennt man kurz ein „Ereignis“. Etwas abstrahierend können wir von den Ereignissen sprechen, die mit einem Raum-Zeit-Punkt (einem sog. „Weltpunkt“) verbunden sind.

Betrachten wir nun den grundsätzlichen Unterschied zwischen den von Einstein gewonnenen Einsichten und den früheren, und betrachten wir dazu die folgenden Bilder.

In beiden Bildern betrachten wir eine raum-zeitliche „Umgebung“ eines beliebigen herausgegriffenen Weltpunktes P .

¹ Allerdings wird bei Alexandrow hauptsächlich die Spezielle Relativitätstheorie behandelt. Jedoch liegt die Verallgemeinerung auf der Hand.

Es ist an dieser Stelle zweckmäßig zu bemerken, daß Raum und Zeit philosophische Kategorien sind, die wir nun einer anderen gegenüberstellen: der Kategorie Kausalität.

Wir fragen nach denjenigen Raum-Zeit-Punkten, mit denen Ereignisse verknüpft sein können, die Ursache für Ereignisse sein können, die zum herausgestellten Weltpunkt P gehören. Die Menge dieser Weltpunkte bezeichnen wir als „Vergangenheit von P “ (siehe Bild 1

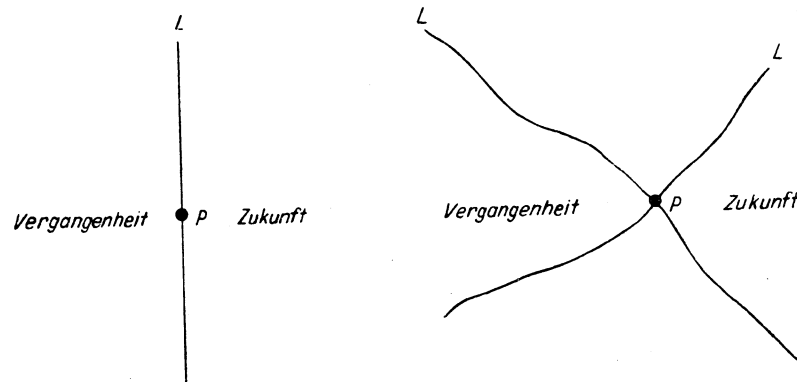


Abb. 1

Abb. 2

und 2). Ebenso wird mit „Zukunft von P “ die Menge aller derjenigen Weltpunkte gekennzeichnet, an denen Ereignisse möglich sind, die Folgen („Wirkungen“) von am Raum-Zeit-Punkt P situierten Ereignissen sein können.

Der Newtonschen Auffassung entspricht dann das Bild 1 und die mit L bezeichnete Linie ist die „Gegenwart“.

Ganz anders in der Relativitätstheorie! Dort gibt es ein ganzes Gebiet von Raum-Zeit-Punkten derart, daß kein dort stattfindendes Ereignis mit Ereignissen am Weltpunkt P in kausalem Zusammenhang stehen kann. Der mit L bezeichnete „Lichtkegel“ trennt diese Gebiete, und dies entspricht der Tatsache, daß das Licht (das elektromagnetische Feld) mit der höchstmöglichen Geschwindigkeit Wirkungen von Ursachen „wegträgt“. Das charakteristische Bild 2 tritt immer dann auf, wenn es eine Grenze für die Geschwindigkeiten gibt, mit denen Wirkungen übertragen werden. Vor Einstein, als diese Tatsache un-

bekannt war, mußte man zu der im Bild 1 angedeuteten Auffassung kommen, bei der der charakteristische Doppelkegel von Bild 2 entartet, zusammengeschrumpft ist.

Immer dann, wenn es eine Grenzgeschwindigkeit für die Ausbreitung von Wirkungen gibt (die noch von Weltpunkt zu Weltpunkt und von Richtung zu Richtung verschieden sein kann), kann man schließen, daß die Raum-Zeit-Welt eine Metrik der berühmten Gestalt

$$ds^2 = \omega_0^2 - \omega_1^2 - \omega_2^2 - \omega_3^2 \quad (1)$$

(die ω_i sind Pfaffsche Formen) trägt. Ohne die Metrik (1) näher zu bestimmen, sieht man die enge Verflechtung ihrer Struktur mit der Struktur der (möglichen und wirklichen) kausalen Zusammenhänge.²

Interessant ist auch, daß man wegen der begrenzten Ausbreitungsgeschwindigkeit aller Wirkungen den Begriff des Raum-Zeit-Punktes „definieren“ kann: Zwei Ereignisse gehören zu demselben Weltpunkt, wenn sie untereinander wechselwirken können. Diese Möglichkeit ist auch vom Standpunkt der Quantentheorie sehr interessant.

3.

Die Betrachtungen des vorigen Abschnittes gelten zunächst ganz allgemein sowohl für die Spezielle als auch für die Allgemeine Relativitätstheorie. Wie unterscheiden sich nun beide. Nachdem wir die „absolute“ Raum-Zeit-Welt als den objektiven Hintergrund der (wirklichen oder auch nur möglichen) Mannigfaltigkeit der Ereignisse ansehen, kommt es jetzt auf die nähere Bestimmung ihrer Metrik (1) an.

3a.

Im Besitze der obigen Vorstellung entsteht die Spezielle Relativitätstheorie durch die Annahme, daß die Verteilung der Energien, Massen u. ä. in Raum und Zeit auf die Struktur der Raum-Zeit-Welt selbst keinen Einfluß besitzen. Diese Annahme ist selbstverständlich nur eine Näherung für die wirklichen Verhältnisse. Allein bei der derzeitigen Konstellation der Massen des uns bekannten Abschnittes der

² Übrigens bestimmt die Gesamtheit der möglichen kausalen Zusammenhänge die Metrik (1) bis auf eine konforme Abänderung.

Welt ist sie recht gut erfüllt. Bis heute konnte man z. B. nicht einmal die Frage entscheiden, ob der Raum positiv oder negativ gekrümmt ist! Wir können daher für eine außerordentlich große Anzahl von Problemen den Einfluß der konkreten Verteilung von Energie, Impuls und Spannungen negieren.

Als eine Konsequenz dieser Annahme darf in der Raum-Zeit-Welt kein Welt-Punkt vor dem anderen, keine Richtung vor einer anderen usw. ausgezeichnet sein. Es muß vielmehr die Raum-Zeit-Welt maximal homogen bzw., anders ausgedrückt, *maximal symmetrisch* sein.

Überraschenderweise gibt es genau eine maximal symmetrische Metrik (1), nämlich die Metrik der Speziellen Relativitätstheorie! Das einzige noch der Erfahrung zu entnehmende Element ist der Wert der Lichtgeschwindigkeit, die durch die Forderung nach maximaler Symmetrie mit Notwendigkeit orts- und richtungsunabhängig ist.

3b.

Die Allgemeine Relativitätstheorie entsteht aus der tieferen, die Wirklichkeit besser widerspiegelnden Erkenntnis, daß Raum und Zeit als Existenzformen der Materie von ihren konkreten Bewegungsformen abhängig sein muß. (Man beachte jedoch, daß bereits der Zusammenhang mit der Kausalität dieser Erkenntnis gerecht wird!)

Den wichtigsten Hinweis für den Charakter dieses Zusammenhangs liefert das Äquivalenzprinzip. In seiner einfachsten Form sagt es, daß sich in einem Gravitationsfeld alle (genügend „kleinen“) Körper gleich verhalten – unabhängig von ihrer konkreten Zusammensetzung und ihren sonstigen Eigenschaften. Einstein schloß hieraus, daß das Gravitationsfeld von ähnlicher allgemeiner Bedeutung sein muß wie das metrische Feld und daß bei geeigneter Wahl des letzteren die „Kürzesten“ dieser Metrik gerade den Bahnkurven von Partikeln im Gravitationsfeld entsprechen können. Somit schließt die genaue Bestimmung von (1) auch die Gravitation ein.

Es folgt die Erkenntnis, daß, da die Schwerkraft von der Masse der gravitierenden Körper abhängt, ein solcher Zusammenhang auch mit der Metrik vorhanden sein wird. Das Analogon zur Masse der Newtonschen Gravitationstheorie konnte nach den Erfahrungen der Speziellen

Relativitätstheorie nur der sogenannte Energie-Impuls-Tensor sein. Unter Heranziehung allgemeinsten Eigenschaften dieses Gebildes (Divergenzfreiheit) gibt es (E. Cartan) *genau eine* Möglichkeit, ein Analogon zur Newtonschen Gleichung zu schaffen. Diese einzige Möglichkeit bilden gerade die Einsteinschen Gleichungen der Allgemeinen Relativitätstheorie, und zwar mit der sog. kosmologischen Konstante. Man erkennt aber sofort, daß letztere Null oder doch sehr klein sein muß; denn sonst ist bei verschwindender Gravitation die Metrik der Speziellen Relativitätstheorie keine Lösung dieser Gleichungen.

4.

Es folgen einige kurze Bemerkungen zu strittigen Problemen. Auf Grund seiner Komplexität ist es jedoch hier nicht möglich auf das Problem der Gravitationsenergie einzugehen, das auf der Konferenz berührt wurde.

a) Das Machsche Prinzip

Gelegentlich sagt man wegen der Gestalt der Einsteinschen Gleichungen, die „Materie“ bestimme nach Einstein die Weltmetrik (1). Diese Sprechweise ist jedoch ungenau, da natürlich auch das metrische Feld materiell, d. h. objektiv und real vorhanden ist.³ Tatsächlich meint man aber, daß die Verteilung der Massen bzw. die von Energie, Impuls und Spannungen der Raum-Zeit-Welt die Metrik aufpräge. Diese Anschauung ist eine der suggestivsten Formen des Machschen Prinzips. Als eine seiner Konsequenzen gibt es nur relative Bewegung, „Bewegung in bezug auf etwas Äußeres“.

Jedoch ist das Machsche Prinzip anerkanntermaßen keine Konsequenz der Einsteinschen Gleichungen und somit zu verwerfen. Einmal bestimmt der Energie-Impuls-Tensor die Metrik (1) keineswegs vollständig. Zum anderen aber ist dieser Tensor selbst bereits Ausdruck der Wechselwirkung des metrischen mit den anderen Feldern: Um ihn überhaupt bilden zu können, benötigt man bereits die Kenntnis der metrischen Struktur!

³ Die meisten Autoren gestehen diesem Feld sogar in Abwesenheit anderer Felder, Partikel usw. Energie zu!

b) Beschleunigungen

Es gibt ein objektives Kriterium, ob eine Bewegung beschleunigt ist oder nicht sowohl in der Speziellen als auch in der Allgemeinen Relativitätstheorie. Wir sprechen es aus Gründen der Deutlichkeit nur für Partikel aus: Die Bewegung eines genügend kleinen Körpers ist genau dann beschleunigt, wenn seine Weltlinie keine Kürzeste der Metrik (1) ist. Im anderen Fall spricht man von unbeschleunigter Bewegung. (Der Sachverhalt wird wesentlich komplizierter, wenn die Ausdehnung des Körpers nicht vernachlässigt werden kann.) Dem Abweichen von den Kürzesten der Raum-Zeit-Geometrie entspricht das Auftreten „äußerer Kräfte“, Der Begriff der Beschleunigung ist deshalb nicht nur relativ zu anderen Objekten, sondern auch absolut zu fassen. Die Bewegung ist nicht nur relative Bewegung!

Vom Standpunkt der Speziellen Relativitätstheorie ist die Bahn eines Teilchens bei vorhandenem Gravitationsfeld beschleunigt, vom Standpunkt der Allgemeinen jedoch nicht: Die Gravitation ist von der Metrik „absorbiert“ worden.

c) Relativitätsprinzip

Das Spezielle Relativitätsprinzip ist eine Folge der maximalen Symmetrie von Raum und Zeit in der Speziellen Relativitätstheorie. Diese Symmetrie gestattet überhaupt erst, den Begriff der gleichförmig-geradlinigen Bewegung ausgedehnter Körper zu definieren. Beobachter, die einer solchen Bewegung unterliegen, „befinden sich in einem Inertialsystem“. Aus der maximalen Symmetrie folgt die völlige Gleichberechtigung der Inertialsysteme ohne weiteres.

In der Allgemeinen Relativitätstheorie gilt das Spezielle Relativitätsprinzip *nicht!* (Poincaré, Fock, Cartan). In ihr gibt es im allgemeinen keine zwei Scharen von Beobachtern, die im selben totalen Sinne wie in der Speziellen Relativitätstheorie gleichberechtigt sind. Die Beobachter sind in der Allgemeinen Relativitätstheorie nicht mehr und nicht weniger gleichberechtigt als irgendwelche, nicht notwendig unbeschleunigte Beobachter in der Speziellen Relativitätstheorie. Das Allgemeine Relativitätsprinzip kann also *keine* Verallgemeinerung des Speziellen sein. Was aber ist es dann? Die Antwort von Fock lautet einfach: Es gibt kein solches Prinzip, wir benötigen

es auch gar nicht – oder aber, das ist die andere Möglichkeit – es ist trivial. Zum Beispiel kann man sagen, das Allgemeine Relativitätsprinzip fordere, daß die physikalischen Felder u. ä. durch geometrische Objekte (Tensoren, Spinoren usw.) beschrieben werden. Gegen eine solche Forderung ist nichts einzuwenden, es sei denn, man fragt, was sie mit irgendwelcher Allgemeiner Relativität zu tun habe. Betrachtet man also das Allgemeine Relativitätsprinzip – um es zu retten – in diesem trivialen Sinne, dann sind z. B. Aussagen wie die folgende richtig: „Das Allgemeine Relativitätsprinzip gilt auch in der Speziellen Relativitätstheorie.“ Ein solches Prinzip kann selbstverständlich kein Merkmal der Unterscheidung zwischen der Speziellen und der Allgemeinen Relativitätstheorie sein.

Es ist ebenfalls allgemein anerkannt, daß ein ziemlich inhaltsleeres Prinzip herauskommt, wenn man die Allgemeine Relativität mit der Forderung nach „allgemeiner Kovarianz“ identifiziert.

d) Beschleunigte Beobachter

Gefragt wurde, wie beschleunigte Beobachter nach der Speziellen Relativitätstheorie die Lichtausbreitung sehen. Die Antwort lautet: Sind die Weltlinien einer Schar von Beobachtern die orthogonalen Trajektorien raumartiger Hyperflächen, so stellen diese Hyperflächen diejenigen Räume dar, die die Beobachter im Verlaufe ihrer Bewegung als „ihre“ Räume verifizieren. Als Flächen der Lichtausbreitung beobachten sie folglich die Schnitte dieser Hyperflächen mit dem Lichtkegel.

In der Speziellen Relativitätstheorie ist es *möglich*, Scharen beschleunigter Beobachter einzuführen, in der Allgemeinen Relativitätstheorie ist es *notwendig*, da unbeschleunigte in den seltensten Fällen existieren.

e) Koordinatensysteme

Koordinatensysteme sind Mittel zur Parametrisierung der Mannigfaltigkeit der Raum-Zeit-Punkte. Sie sind Namen, die den einzelnen Weltpunkten gegeben werden und nichts weiter. Sie haben deshalb meist keine besondere physikalische Bedeutung. Die Koordinatendifferenzen geben fast nie räumliche Abstände oder richtige Zeiten

(Eigenzeiten) an. Eine Beobachtung aber hängt – wenn überhaupt von der Zeit – von der Eigenzeit der Beobachtungsmittel ab und nicht von irgendwelcher willkürlicher Zeit, etwa von einer Uhr, die im Labor hängt und falsch geht (d. h. nicht ihre Eigenzeit anzeigt).

Nur wenn die Raum-Zeit-Welt besondere Symmetrien besitzt, existieren ausgezeichnete Koordinatensysteme, deren Koordinatendifferenzen geometrische Bedeutung besitzen und deren Parameterlinien geometrisch ausgezeichnet sind. Diese „Ausnahmeregelung“ finden wir in höchster Vollendung gerade in den Lorentzischen Koordinatensystemen der Speziellen Relativitätstheorie.

Zusammenfassend können wir feststellen, daß durch den Alexandrowschen Aspekt bei der Betrachtung der Relativitätstheorie eine Vielzahl bedeutender physikalischer und philosophischer Probleme in einem neuen Lichte erscheinen. Liest man z. B. Einsteins Autobiographie unter diesem Gesichtspunkt, so erscheint die Frage sinnvoll und interessant, ob der Einfluß von Mach auf den jungen Einstein tatsächlich so positiv gewesen ist wie gemeinhin angenommen wird.

Für interessante Diskussionen danke ich Herrn Dr. E. Schmutzer herzlich.

Literaturauswahl

A. D. Alexandrow

1. The space-time of the theory of relativity. In: 50 Jahre Relativitätstheorie, Basel 1956
2. Philosophischer Gehalt und philosophische Bedeutung der Relativitätstheorie. Moskau 1958, Referat auf der Allunionskonf. d. Akad. Wiss. d. UdSSR. Übersetzt und als Manuskript gedruckt vom Staatssekr. f. d. Hoch- und Fachschulwesen der DDR.

E. Cartan, J. Math. pures et appliquées I (1922) 141

A. Einstein, Autobiographisches. In: Philosophen des 20. Jahrhunderts: Albert Einstein, Stuttgart 1951

V. A. Fock

1. Czech. J. of Phys. 7 (1957), 255
2. Rev. Mod. Phys. 29 (1957), 325