

Die Lagrange-Punkte des eingeschränkten Dreikörperproblems

Im Gravitationsfeld zweier großer Massen (z.B. Planet, Sonne), die um den gemeinsamen Schwerpunkt rotieren, gibt es fünf Punkte (die Lagrange-Punkte), an denen die Kraft auf eine hinreichend kleine Testmasse verschwindet. Diese wurde schon im 18. Jahrhundert von Euler und Lagrange vorhergesagt und im 20. Jahrhundert konnte man auf der Jupiterbahn zum ersten Mal Asteroiden, die sogenannten Trojaner, an den vorhergesagten Orten beobachten.

Um die Existenz dieser Punkte zu verstehen, formuliert man das eingeschränkte Dreikörperproblem und untersucht die auf die Testmasse wirkenden Kräfte im rotierenden Ruhssystem der beiden großen Massen. Der Vortrag soll sich mit dem Auffinden der Lagrange-Punkte und deren Stabilität befassen. Unter der Voraussetzung eines hierarchischen Systems mit $m_1 \gg m_2 \gg m_3$ findet man zwei stabile Lösungen. Die anderen drei Lagrange-Punkte sind nicht stabil.

Der Verlauf von Trajektorien in der Nähe von Lagrange-Punkten soll diskutiert werden, u.a. kann man die Rate, mit der sich eine in der Nähe der instabilen Lagrange-Punkte befindliche Testmasse von diesen entfernt, berechnen.

Abschließend sollen Beispiele für die Bewegung und das Verbleiben kleinerer Himmelskörper nahe der stabilen Lagrange-Punkte im Sonnensystem und für die Rolle der Lagrange-Punkte in der Raumforschung vorgestellt werden.

Literatur

- [1] M. Schneider, Himmelsmechanik, Bd 2, B.I. Wissenschaftsverlag, Mannheim 1984
- [2] S. Prüfer, Dokumentation zur besonderen Lernleistung: Die Hohmann-Ellipse und die Lagrange-Punkte für die Raumfahrt, Leipzig 2005 (Dieses Dokument ist auf Anfrage an die Tutoren erhältlich)
- [3] <http://www.uni-jena.de/~p6hado/TMWS0506/seminar6.pdf>