Prof. Dr. R. Verch
Dr. T.-P. Hack

UNIVERSITÄT LEIPZIG
Inst. f. Theoretische Physik
Sommersemester 2015

Übungen zu TP2-Elektrodynamik (Staatsexamen Lehramt)
Aufgabenblatt 10

Aufgabe 10.1

Gegeben sei eine Anordnung bestehend aus einem langen dünnen Draht

$$\vec{\Gamma}_{1,t} = \{s\vec{e}_2 - v\vec{e}_1 t : s \in \mathbb{R}\} \quad (t \geq t_0 > 0)\,,$$

der parallel zur x_2-Achse verläuft und sich mit einer Geschwindingkeit $-v$ $(v > 0)$ entlang der x_1-Achse bewegt. Durch den Draht fließt ein zeitabhängiger Strom $I(t) = I_0 \cos(\omega t)$. Außerdem gehört zu der Anordnung eine Leiterschleife $\vec{\Gamma}_2$, die die Randkurve der (zeitlich konstanten) Fläche

$$\Sigma = \{\, \vec{x} \ \ : \ \ 0 < x_1 < \ell_1\,,\ -\ell_2/2 < x_2 < \ell_2/2\,,\ x_3 = 0\,\}$$

bildet (ℓ_1 und ℓ_2 sind positive Konstanten). Die Fläche ist durch den Normalenvektor $\vec{n} = \vec{e}_3$ orientiert.

(i) Skizzieren Sie die Anordnung.

(ii) Berechnen Sie die in $\vec{\Gamma}_2$ zur Zeit $t > t_0 > 0$ induzierte Spannung

$$U_{\mathrm{ind}}(t) = -\mathcal{K}'' \frac{d}{dt} \int_\Sigma (\vec{B}(t,y) \bullet \vec{n}(y))\, d\sigma(y)\,.$$

Dabei ist $\vec{B}(t,\vec{x})$ das von $\vec{\Gamma}_{1,t}$ erzeugte Magnetfeld. Nehmen Sie an, dass die quasistationäre Näherung zulässig ist, d.h. dass $\vec{B}(t,\vec{x})$ nach dem Ampèreschen bzw. dem Biot-Savartschen Gesetz bestimmbar ist (dies gilt exakt nur für stationäre Ströme).

Aufgabe 10.2

Es sei Σ_0 ein reguläres Flächensegment im Raum, und

$$\Sigma_t = \Sigma_0 + \vec{v}t = \{\vec{x} = \vec{x}_0 + \vec{v}t \ \ : \ \ \vec{x}_0 \in \Sigma_0\,\} \quad (t \in \mathbb{R})$$

eine zeitlich variierende Familie von Flächen, wobei $\vec{v}$ eine konstante Geschwindigkeit ist. Es sei $\vec{B}(\vec{x})$ ein stetig differenzierbares, nur ortsabhängiges äußeres Magnetfeld. Zeigen Sie, dass für die in die Randkurven-Leiterschleife $\vec{\Gamma}_t = \partial\Sigma_t$ induzierte Spannung gilt zur Zeit t gilt:

$$U_{\mathrm{ind}}(t) = \mathcal{K}'' \int_{\vec{\Gamma}_t} (\vec{v} \times \vec{B}) \bullet d\vec{\Gamma}_t\,.$$

/...2

Aufgabe 10.3
Als *homogene Maxwell-Gleichungen* werden die Maxwell-Gleichungen für den Fall $\varrho = 0$ und $\vec{j} = \vec{0}$ bezeichnet. Zeigen Sie, dass die ebenen Wellen

$$\vec{E}(t,\vec{x}) = \vec{E}_0 \cos(\omega t - \vec{k} \bullet \vec{x}) \,, \quad \vec{B}(t,\vec{x}) = \vec{B}_0 \cos(\omega t - \vec{k} \bullet \vec{x}) \,,$$

mit Vektoren $\vec{E}_0\,,\ \vec{B}_0\,,\ \vec{k} \in \mathbb{R}^3$ und $\omega \in \mathbb{R}$ genau dann Lösungen der homogenen Maxwell-Gleichungen sind, wenn *in Gauß-Einheiten* gilt

(1) $c^2 ||\vec{k}\,||^2 = \omega^2$

(2) $\vec{k} \times \vec{E}_0 = \frac{\omega}{c}\vec{B}_0$

(3) $\vec{k} \times \vec{B}_0 = -\frac{\omega}{c}\vec{E}_0$

(4) $\vec{k} \bullet \vec{B}_0 = 0$ und $\vec{k} \bullet \vec{E}_0 = 0$

(5) Sofern alle drei Vektoren verschieden von $\vec{0}$ sind, bilden $\vec{E}_0, \vec{B}_0, \vec{k}$ eine rechtshändig orientierte Basis des $\mathbb{R}^3$

(6) $||\vec{E}_0\,|| = ||\vec{B}_0\,||$

Wie verändern sich diese Beziehungen im Falle der Verwendung von SI Einheiten?

Wert jeder Aufgabe: 12 Punkte

Abgabe: Bis Montag, 29.06.2015, vor dem Übungsseminar