Prof. Dr. R. Verch
Dr. T.-P. Hack

UNIVERSITÄT LEIPZIG

Inst. f. Theoretische Physik
Sommersemester 2015

Übungen zu TP2-Elektrodynamik (Staatsexamen Lehramt)
Aufgabenblatt 6

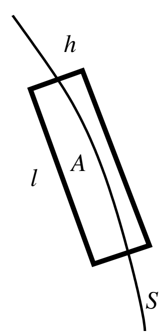
Aufgabe 6.1

Es wird ein Flächenstück S betrachtet, das mit einer stetigen Flächenladungsdichte ϱ_S belegt ist. Zu den beiden Seiten des Flächenstücks seien elektrische Felder $\vec{E}_1(\vec{x}\,)$ bzw. $\vec{E}_2(\vec{x}\,)$ gegeben. Zeigen Sie, dass für jeden Vektor $\vec{\boldsymbol{t}}$, der in einem Punkt $y \in S$ tangential an S verläuft, die Beziehung

$$(\vec{E}_1(y) - \vec{E}_2(y)) \bullet \vec{\boldsymbol{t}} = 0$$

gilt.

Anleitung: Betrachten Sie das in der Skizze dargestellte Flächenstück A, dessen lange Kanten (l) parallel zu einem Tangentialvektor $\vec{\boldsymbol{t}}$ verlaufen, und dessen kurze Kanten (h) in Normalenrichtung von S verlaufen, bis auf Korrekturen, die linear sind in h und in l. Nehmen Sie an, dass $\vec{\nabla} \times \vec{E} = \vec{0}$ für das elektrische Feld beidseits der Fläche S gilt, und dass der Stokessche Satz für $\vec{E}$ auf das Flächenstück A anwendbar ist. Schließen Sie daraus, dass sich die behauptete Beziehung im Limes $h \to 0$ und $l \to 0$ ergibt.



Aufgabe 6.2

Betrachten Sie ein System aus zwei parallelen, unendlich ausgedehnten und unendlich dicken "Leiterplatten" mit den Volumina

$$\mathcal{V}_1 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x < -\ell_0\}\,, \quad \mathcal{V}_2 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x > \ell_0\}\,,$$

wobei $\ell_0 > 0$ eine Konstante ist (in geeigneter Längeneinheit). Der "Außenraum" `Aus` dieser Leiteranordnung ist der Raum zwischen den beiden Leitervolumina.

/...2

Bestimmen Sie in diesem Fall die Potentiale $\varphi_j^{(1)}(\vec{x}\,)$ mit

$$-\Delta\varphi_j^{(1)}(\vec{x}\,) = 0 \ \text{ für } \vec{x} \in \texttt{Aus}\,, \quad \varphi_j^{(1)}(y) = 1 \cdot \delta_{kj} \ \text{ für } y \in \partial\mathcal{V}_k\,.$$

(Die Bedingung $\varphi_j^{(1)}(\vec{x}\,) \to 0$ für $||\vec{x}\,|| \to \infty$ ist hier nicht erfüllbar — warum?)
Berechnen Sie die "Kapazitätskoeffizienten pro Einheitsfläche", also

$$c_{kj} = -4\pi\mathcal{K} \int_{S_k} \vec{\nabla}\varphi_j^{(1)}(y) \bullet \vec{n}_k \, d\sigma(y)\,,$$

wobei $\vec{n}_k$ der äußere Einheits-Normalenvektor auf dem Rand von $\mathcal{V}_k$ ist und S_k ein Teil von $\partial\mathcal{V}_k$ mit Flächeninhalt $= 1$. Ist die Definition abhängig von der Wahl von S_k? Prüfen Sie, ob die Relationen

$$c_{11} = c_{22} \qquad \text{und} \quad c_{11} + c_{12} \ll c_{11}$$

erfüllt sind.

Wert jeder Aufgabe: 12 Punkte

Abgabe: Bis Di., 26.5.2015, vor der Vorlesung (wird besprochen im Übungsseminar am 01.06.2015).