
Übungen zu TP2-Elektrodynamik (Staatsexamen Lehramt)
Aufgabenblatt 5

Aufgabe 5.1

Das zeitgemittelte elektrische Potential des Hüllenelektrons im Wasserstoffatom ist gegeben durch

$$\varphi(\vec{x}) = e \frac{e^{-\beta r}}{r} \left(1 + \frac{\beta r}{2} \right), \quad r = \|\vec{x}\| > 0,$$

mit $e =$ Elementarladung des Elektrons und $\beta = 2/a_0$, wobei $a_0 = 0,529 \cdot 10^{-10}\text{m}$ den Bohrschen Radius bezeichnet.

- Berechnen Sie die Ladungsdichte $\varrho(\vec{x})$, die der zeitlich gemittelten Ladungsdichte des Hüllenelektrons entspricht.
- Berechnen Sie das zeitlich gemittelte elektrische Feld $\vec{E}(\vec{x})$ des Elektrons. Geben Sie die elektrische Selbstenergiedichte $\mathcal{E}_{\text{pot}}(\varrho)$ der zeitlich gemittelten Ladungsdichte ϱ bei $r = a_0$ und $r = 2a_0$ an (in MKSA-Einheiten).
- Berechnen Sie die zeitlich gemittelte Gesamtladung Q in der Kugel vom Radius $r = 2a_0$ (in MKSA-Einheiten).

Aufgabe 5.2

Ermitteln Sie die elektrische Selbstenergie \mathcal{E}_{pot} von acht Elektronen, die an den Ecken eines Würfels von $1a_0$ (Bohrradius, s. Aufgabe 5.1) Kantenlänge angeordnet sind. (Verwenden Sie MKSA-Einheiten.) Ermitteln Sie den Wert der Funktion $\|\vec{E}(\vec{x})\|^2/8\pi\mathcal{K}$ (definiert für $\vec{x} \in \mathbb{R}^3$, außer an den Eckpunkten des Würfels) im Mittelpunkt des Würfels. (Zusatzaufgabe, nicht prüfungsrelevant: Besitzt $\|\vec{E}(\vec{x})\|^2/8\pi\mathcal{K}$ im Mittelpunkt des Würfels ein Extremum?)

/...2

Aufgabe 5.3

Der pensionierte Ingenieur Herr Lockergetriebe behauptet, das Coulombgesetz sei in der bisher bekannten Form nicht richtig. Die Messungen in seiner Werkstatt ergäben vielmehr für die Kraft $\vec{F}(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$ zwischen zwei elektrischen Ladungen q_1 und q_2 an den Orten \vec{r}_1 bzw. \vec{r}_2 den Zusammenhang

$$\vec{F}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \mathcal{K}q_1q_2 \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{\|\vec{r}_1 - \vec{r}_2\|^\pi},$$

wobei π wie üblich das Verhältnis des Kreisumfangs zu Kreisdurchmesser ist. Der Herr Ingenieur behauptet ferner, dass dies unter der üblichen Definition $\vec{F}(\vec{r}_1) = q_1\vec{E}(\vec{r}_1)$ für das elektrische Feld $\vec{E}(\vec{r}_1)$ am Ort der Testladung q_1 , hervorgerufen durch die Quellenladung q_2 am Ort \vec{r}_2 , im Einklang ist mit den üblichen Eigenschaften des elektrischen Feldes, wie z.B.

(a) $\vec{\nabla} \times \vec{E} = \vec{0}$,

(b) $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 4\pi\mathcal{K}\rho$.

Ist diese Behauptung richtig?

Wert jeder Aufgabe = 12 Punkte

Abgabe: Bis Montag, 18.05.2015, vor dem Übungsseminar