Prof. Dr. R. Verch
Dr. Ko Sanders

UNIVERSITÄT LEIPZIG
Inst. f. Theoretische Physik
Sommersemester 2014

Übungen zu TP2-Elektrodynamik (Staatsexamen Lehramt)
Aufgabenblatt 3

Aufgabe 3.1
Die räumlichen Kugelkoordinaten sind

$$\begin{aligned} x_1 &= r\sin(\theta)\cos(\varphi)\,, \\ x_2 &= r\sin(\theta)\sin(\varphi)\,, \\ x_3 &= r\cos(\theta) \end{aligned}$$

$$(r > 0\,, 0 \leq \theta < \pi\,, -\pi \leq \varphi < \pi).$$

(a) Prüfen Sie, ob das Vektorfeld $\vec{D}(\vec{x})$, das in Kugelkoordinaten ausgedrückt wird durch

$$\vec{D}(r,\theta,\varphi) = \begin{pmatrix} r\cos(\theta) \\ r^2 \\ \sin(\theta)\cos(\varphi) \end{pmatrix}$$

ein von einer statischen Ladungsdichte erzeugtes elektrostatisches Feld sein kann.

(b) Die Kurve $\vec{c}$ sei die Randkurve des im Ursprung der $\{x_3 = 0\}$-Ebene zentrierten Quadrats mit der Kantenlänge ℓ. Die Kurve sei so orientiert, dass der Einheitsvektor in x_3-Richtung einen rechtshändig orientierten Normalenvektor des Quadrats bildet. Berechnen Sie

$$\int_{\vec{c}} (\vec{F} \bullet d\vec{c})$$

für das in Kugelkoordinaten angegebene Vektorfeld

$$\vec{F}(r,\theta,\varphi) = \begin{pmatrix} r(\cos(\theta) + \sin(\theta)\sin(\varphi)) \\ r(\cos(\theta) + \sin(\theta)\cos(\varphi)) \\ r\sin(\theta)(\cos(\varphi) + \sin(\varphi)) \end{pmatrix}$$

Hinweis: Es ist empfehlenswert, zunächst die Rotation der Vektorfelder zu bestimmen.

/...2

Aufgabe 3.2

Es sei $\varphi(\vec{x})$ das Potential einer elektrostatischen Ladungsverteilung im Raum. Eine Fläche der Art

$$S_{\varphi_0} = \{\vec{x} \in \mathbb{R}^3 : \varphi(\vec{x}) = \varphi_0\}$$

wird als **Äquipotentialfläche** für das Potential bezeichnet, also als eine Fläche, auf der der Wert des Potentials konstant ist (überall auf der Fläche hat das Potential den gleichen Wert φ_0). Als **Feldlinien** werden gerichtete Kurven bezeichnet, die an positiven Ladungen beginnen und an negativen Ladungen enden und deren Tangentialvektoren senkrecht auf den Äquipotentialflächen stehen.

(a) Feldlinien verlaufen parallel zum elektrischen Feld. Erklären Sie, warum.

(b) Das elektrische Feld $\vec{E}$ einer Ladungsverteilung kann mit Hilfe von Feldlinien dargestellt werden, indem man die Feldlinien bei größerem $||\vec{E}\,||$ dichter zeichnet, d.h. man setzt die Zahl der Linien pro Flächeneinheit (auf einer Äquipotentialfläche) proportional zu $||\vec{E}\,||$.

Skizzieren Sie auf diese Weise die Äquipotentialflächen und den Verlauf von $\vec{E}$ anhand von Feldlinien für folgende Ladungsverteilungen:

(i) Zwei entgegensetzt geladene Punktladungen mit endlichem Abstand.

(ii) Eine Punktladung als Grenzfall von (i), wenn eine Ladung unendlich weit entfernt wird.

(iii) Zwei parallele Ebenen mit endlichem Abstand, die mit unterschiedlichen homogenen Ladungsdichten belegt sind, d.h. den Potential- und Feldverlauf im Inneren eines Plattenkondensators mit idealisiert unendlich ausgedehnten Platten.

(c) Lässt sich das Bild zu (2.i) durch Überlagerung (Übereinanderzeichnung) zweier Bilder zu (2.ii) erhalten?

Aufgabe 3.3

Ein **elektrisch leitendes Material** erfüllt die Bedingung, dass (i) das elektrische Feld innerhalb des leitenden Materials stets $= 0$ ist (auch bei Anwesenheit von Ladungen außerhalb des Leiters) und (ii) das elektrische Feld immer senkrecht auf der Oberfläche des Leiters steht (das elektrische Feld hat an der Oberfläche des leitenden Materials stets verschwindende Tangentialkomponenten).

Betrachten Sie eine punktartige Ladung im endlichen Abstand vor einer idealisiert unendlich ausgedehnten Ebene aus leitendem Material. Skizzieren Sie den Verlauf von Äquipotentialflächen und elektrischem Feld mit Hilfe von Feldlinien analog zu Aufgabe 3.2. Ist der Potential- und Feldverlauf vergleichbar einer in Aufgabe 3.2 behandelten Ladungsverteilung? ("Methode der Spiegelladung").

Wert jeder Aufgabe: 12 Punkte

Abgabe: Bis Di., 06.05.2014, vor Beginn des Übungsseminars.