
Übungen zu TP2-Elektrodynamik (Staatsexamen Lehramt)
Aufgabenblatt 2

Aufgabe 2.1

Es sei S das in den \mathbb{R}^3 eingebettete Flächenstück, das gegeben ist als der $\{x_3 > 0\}$ -Teil der Oberfläche der Kugel mit Radius R , die im Koordinatenursprung zentriert ist. Die Randkurve von S ist gegeben durch

$$\vec{c}: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad \vec{c}(\phi) = \begin{pmatrix} R \cos(\phi) \\ R \sin(\phi) \\ 0 \end{pmatrix}$$

Gegeben ist außerdem das Vektorfeld

$$\vec{f}(\vec{x}) = \begin{pmatrix} f_0 x_2 \\ -f_0 x_1 \\ f_1 x_3 \end{pmatrix}$$

mit positiven (ggf. dimensionsbehafteten) Konstanten f_0 und f_1 .

Weisen Sie für diese Situation die Gültigkeit des Satzes von Stokes nach, indem Sie jeweils

$$\int_S ((\vec{\nabla} \times \vec{f})(y) \bullet \vec{n}_S(y)) d\sigma(y) \quad \text{und} \quad \int_{\vec{c}} (\vec{f} \bullet d\vec{c})$$

berechnen und zeigen, dass beide Ausdrücke dasselbe Ergebnis liefern.

Hinweis: Verwenden Sie Kugelkoordinaten.

Aufgabe 2.2

Es sei \mathcal{V} das Volumen, das gebildet wird durch den $\{x_3 > 0\}$ -Teil der Kugel mit dem Radius R , die im Koordinatenursprung zentriert ist. Es sei außerdem das Vektorfeld

$$\vec{g}(\vec{x}) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ g_0 x_3 \end{pmatrix}$$

gegeben (dabei ist g_0 eine positive Konstante).

Weisen Sie für diese Situation die Gültigkeit des Satzes von Gauß nach, indem Sie jeweils

/...2

$$\int_V (\vec{\nabla} \cdot \vec{g})(\vec{x}) d^3x \quad \text{und} \quad \int_{\partial V} (\vec{g}(y) \cdot \vec{n}_O(y)) d\sigma(y)$$

berechnen und zeigen, dass beide Ausdrücke dasselbe Ergebnis liefern.

Hinweis: Verwenden Sie Kugelkoordinaten

Aufgabe 2.3

Die x_3 -Koordinatengerade sei mit einer konstanten Linien-Ladungsdichte q belegt, die im Limes $a \rightarrow 0$ der Ladungsdichten

$$\rho_a(\vec{x}) = \begin{cases} \frac{q}{\pi a^2} & \text{falls } -1/a < x_3 < 1/a \text{ und } x_1^2 + x_2^2 < a^2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

entsteht.

(a) Berechnen Sie das von der auf der x_3 -Achse konzentrierten Linien-Ladungsdichte erzeugte elektrische Feld $\vec{E}(\vec{x})$ für $x_1^2 + x_2^2 > 0$.

(b) Berechnen Sie die Kraft pro Einheitslänge zwischen zwei parallelen Geraden, die jeweils mit konstanten Linien-Ladungsdichten q_1 und q_2 belegt sind und die im Abstand R voneinander angeordnet sind.

Wert jeder Aufgabe: 12 Punkte

Abgabe: Bis Di., 29.4.2014, vor Beginn des Übungsseminars.