

---

Übungen zu TP1-Staatsexamen Lehramt  
Aufgabenblatt 10

---

**Aufgabe 10.1**

Eine Punktmasse  $m$ , die sich in der  $x$ - $y$ -Ebene bewegen kann, sei an drei (idealisiert masselosen) Federn befestigt. Jede der Federn hat die Federkonstante  $D$  und die entspannte Länge  $\sqrt{2}$  in den Längeneinheiten des Koordinatensystems. Mit ihrem anderen Ende sind die Federn jeweils an den Punkten  $(-1, 1)$ ,  $(1, 1)$  und  $(-1, -1)$  in der  $x$ - $y$ -Ebene befestigt.

- Geben Sie die Schwingungsgleichung der Masse um die Gleichgewichtslage (Ruhelage) an.
- Berechnen Sie die Eigenfrequenzen für kleine Schwingungen um die Gleichgewichtslage.
- Geben Sie die zu den Eigenfrequenzen gehörenden Eigenvektoren an. Interpretieren Sie die entsprechenden Normalmoden anschaulich.

**Aufgabe 10.2**

Am nördlichen Breitengrad  $\lambda$  wird ein (punktartiger) Gegenstand mit der Anfangsgeschwindigkeit  $v_0$  senkrecht in die Höhe geworfen. Infolge der Erdrotation wird er von einer geraden Bahn (gesehen vom Bezugssystem der Erde) abgelenkt. Wie weit wird er am höchsten Punkt seiner Bahn abgelenkt? Erfolgt die Ablenkung nach Westen oder nach Osten? Berechnen Sie die Ablenkung in führender Ordnung der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  der Erdrotation. (Von möglichen Einflüssen durch die Erdatmosphäre soll abgesehen werden.)

/...2

### Aufgabe 10.3

Die Erde kann als ein Rotationskörper beschrieben werden, dessen Oberfläche  $\mathcal{F}$  durch eine Gleichung  $z = z(x)$  gegeben wird, wobei  $x$  der Abstand von der Drehachse in der Äquatorebene ist. Im Fall einer nicht-rotierenden Erde wäre die Oberfläche eine Sphäre vom Radius  $R$ , d.h. in diesem Fall wäre  $z(x) = \sqrt{R^2 - x^2}$ .

(i) Ermitteln Sie die Funktion  $z = z(x)$  für die rotierende Erde unter Berücksichtigung der durch die Erdrotation verursachten Zentrifugalkraft. Gehen Sie dabei folgendermaßen vor:

(a) Bestimmen Sie ein Potential  $U_{\text{ges}}$  für die Summe aus Gravitationskraft und Fliehkraft, und bestimmen Sie  $z(x)$  aus der Bedingung, dass  $\mathcal{F}$  eine Äquipotentialfläche für  $U_{\text{ges}}$  sein soll. Setzen Sie dabei als Gravitationskraft diejenige an, die eine *kugelförmige* (nicht rotierende) Erde bei homogener Massenverteilung hätte.

(b) Die Summe aus Gravitationskraft und Zentrifugalkraft steht senkrecht auf  $\mathcal{F}$  (mit dem Ansatz für die Gravitationskraft aus (a)).

(ii) Bestimmen Sie aus dem ermittelten  $z(x)$  die relative Erdabplattung infolge der Erdrotation, d.h. das Verhältnis  $a = (R_A - R_P)/R_A$ , mit  $R_A =$  Abstand zwischen Erdmittelpunkt und  $\mathcal{F}$  am Äquator,  $R_P =$  Abstand zwischen Erdmittelpunkt und  $\mathcal{F}$  an den Polen. Verwenden Sie  $R_A = 6378$  km.

Aufgrund des Ansatzes für die Gravitationskraft ist der so erhaltene Wert für  $a$  etwa um den Faktor 2 größer als der tatsächliche Wert. Erklären Sie qualitativ, warum das so ist.

Wert jeder Aufgabe: 12 Punkte.

Abgabe: Bis Montag, den 27.01.2014, vor Beginn des Übungsseminars.