
Übungen zu TP1-Staatsexamen Lehramt
Aufgabenblatt 9

Aufgabe 9.1

In der Vorlesung wurde

$$\mathcal{G}(t, s) = \theta(t - s) \frac{e^{-\rho(t-s)}}{\Omega} \sin(\Omega(t - s)) \quad (t, s \in \mathbb{R})$$

mit $\Omega = \sqrt{\omega_0^2 - \rho^2}$ und der Heaviside-Funktion

$$\theta(\tau) = \begin{cases} 1, & \tau \geq 0 \\ 0, & \tau < 0 \end{cases}$$

als Green-Funktion der inhomogenen Oszillatorgleichung

$$\frac{d^2}{dt^2}y(t) + 2\rho\frac{d}{dt}y(t) + \omega_0^2y(t) = f(t)$$

angegeben.

(a) Es sei für $a, b \in \mathbb{R}$ mit $a < b$:

$$f_{a,b}(t) = \begin{cases} 1 & \text{falls } t \in [a, b] \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Wie verhält sich die Lösung

$$y_{a,b}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{G}(t, s) f_{a,b}(s) ds$$

der inhomogenen Oszillatorgleichung bezüglich ihres Abweichens von einer Lösung der homogenen Oszillatorgleichung bei Veränderung von a und b ? Inwiefern sorgt das Auftreten des Terms $\theta(t - s)$ in $\mathcal{G}(t, s)$ dafür, dass eine Änderung von $y_{a,b}$ in kausaler Abhängigkeit (d.h. zeitlich gesehen nach) einer Änderung von $f_{a,b}(t)$ erfolgt?

/...2

(b) Berechnen Sie die Lösung $y_f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{G}(t, s) f(s) ds$ für die Funktion

$$f(t) = \begin{cases} f_0 e^{-\alpha t} & \text{für } t \geq 0 \\ 0 & \text{für } t < 0 \end{cases}$$

für Konstanten $f_0 > 0$, $\alpha > 0$. Untersuchen Sie die Grenzfälle $\alpha \rightarrow 0$ und $\alpha \rightarrow \infty$.

Hinweis: $\int_{-\infty}^{\infty} \theta(t-s) h(t, s) ds = \int_{-\infty}^t h(t, s) ds$.

Aufgabe 9.2

Die folgenden Aufgaben bestehen aus Fragen zum Inhalt der Vorlesungen. Sie sollen die Fragen möglichst knapp, treffend und verständlich beantworten. Typischerweise sollte die Antwort etwa zwischen einer halben und einer Seite beanspruchen. Sie können zur Erläuterung Formeln und Skizzen verwenden, wenn dies hilfreich erscheint oder gefordert wird. In jedem Fall sollen Sie die Bedeutung der Symbole und Formeln, die Sie verwenden, erklären. Sie sollen sich auch eng an den Vorlesungsinhalt halten.

- (A) Geben Sie die drei Keplerschen Gesetze der Planetenbewegung an. Mit welchen Erhaltungssätzen stehen diese Gesetze in Beziehung?
- (B) Erläutern Sie das Prinzip "actio = reactio".
- (C) Was wird unter einem "konservativen Kraftfeld" verstanden?
- (D) Erläutern Sie, was unter dem Begriff "Resonanzkatastrophe" bei einem schwingungsfähigen (schwach gedämpften) System verstanden wird, das von einer oszillierenden Quelle angeregt wird.

Wert der Aufgaben: Aufgabe 9.1: 12 Punkte, Aufgabe 9.2: 6 Punkte pro Teilaufgabe.

Abgabe: Bis Montag, 13. Januar 2014, vor Beginn des Übungsseminars.