
Übungen zu TP1-Staatsexamen Lehramt
Aufgabenblatt 8

Aufgabe 8.1

Zwei idealisiert punkthafte Massen m und M bewegen sich unter dem Einfluss einer gegenseitigen konservativen Zentralkraft mit dem Potential $U(r)$ ($r = \|\vec{r}\|$, wobei \vec{r} der Vektor der Relativbewegung ist) gegeben durch

$$U(r) = -\frac{C_1}{r^2} + C_2 \cos(\varrho r)$$

mit positiven Konstanten C_1 , C_2 und ϱ (in geeigneten Einheiten).

- (a) Je nach Wert des Drehimpulses ℓ ($\ell > 0$ in geeigneten Einheiten) hat das effektive Potential $U_{\text{eff},\ell}(r)$ einen unterschiedlichen Verlauf, wobei es 3 qualitativ unterschiedliche Fälle gibt. Wodurch sind diese Fälle gekennzeichnet? Skizzieren Sie die Graphen von $U_{\text{eff},\ell}(r)$ in den 3 Fällen.
- (b) Untersuchen Sie in den 3 Fällen aus (a), ob bzw. für welche Werte der Gesamtenergie E die Teilchen dem Schwerpunkt beliebig nahe kommen.
- (c) Untersuchen Sie in den 3 Fällen aus (a), ob bzw. für welche Werte der Gesamtenergie E es finite Bahnkurven gibt, und wo diese lokalisiert sind.

Aufgabe 8.2

Zwei ideal harte Kugeln K_1 und K_2 mit den Massen $m_{(1)} \leq m_{(2)}$ und dem Radius $a > 0$ stoßen elastisch zusammen. Der Stoßprozess werde im Laborsystem beschrieben, d.h. K_2 ruhe vor dem Stoß im Ursprung des zugrundeliegenden Inertialsystems, während K_1 sich vor dem Stoß auf K_2 zubewegt.

- (a) Es sei $T_{(1)}$ die kinetische Energie von K_1 vor dem Stoß, $T'_{(1)}$ die kinetische Energie von K_1 nach dem Stoß, und $\gamma = \cos \theta$, wobei θ der Streuwinkel ist, sowie $\alpha = m_{(1)}/m_{(2)}$. Zeigen Sie, dass das Verhältnis $T'_{(1)}/T_{(1)}$ der kinetischen Energien von K_1 ausgedrückt werden kann durch

$$T'_{(1)}/T_{(1)} = \frac{2\gamma^2 + \alpha^2 - 1 + 2\gamma\sqrt{\gamma^2 + \alpha^2 - 1}}{(1 + \alpha)^2}$$

/...2

(b) Gehen Sie spezieller davon aus, dass der Stoßprozess zentral verläuft (zentraler elastischer Stoß), und ermitteln Sie den Energieverlust von K_1 beim einzelnen Stoßprozess. Wenden Sie das Ergebnis auf folgendes Problem an: In einem Kernreaktor entstehen bei der Spaltung von U^{235} -Kernen Neutronen mit einer Energie von etwa 2MeV ($= 2 \cdot 10^6 \text{eV}$). Wieviele zentrale elastische Stöße mit den als ruhend betrachteten Atomkernen der Moderatorsubstanz (i) Graphit, (ii) Deuterium sind erforderlich, um die Neutronen auf thermische Energie (ca. 0,03eV) abzubremesen?

Hinweis zu (a): Zeigen Sie zuerst, dass

$$T'_{(1)}/T_{(1)} = \left(\frac{m_{(2)}}{M}\right)^2 - \left(\frac{m_{(1)}}{M}\right)^2 + \frac{2v'_{(1)}v_{cm}}{v_{(1)}^2}\gamma,$$

wobei $v_{(1)} = \|\vec{v}_{(1)}\|$, $v'_{(1)} = \|\vec{v}'_{(1)}\|$, $v_{cm} = \|\vec{v}_{cm}\|$ mit \vec{v}_{cm} = Geschwindigkeit des Schwerpunkts der beiden Kugeln, $M = m_{(1)} + m_{(2)}$.

Aufgabe 8.3

Weisen Sie folgenden Sachverhalt nach: Wenn bei einem Stoß zweier Teilchen mit $\vec{J}_{(j)} = \vec{0}$ ($j = 1, 2$) die Summe der internen Drehimpulse, also die Größe

$$\vec{L}^I = m_{(1)}\vec{r}_{(1)}^* \times \dot{\vec{r}}_{(1)}^* + m_{(2)}\vec{r}_{(2)}^* \times \dot{\vec{r}}_{(2)}^*$$

erhalten bleibt (mit $m_{(j)}$ = Masse des j -ten Teilchens, $\vec{r}_{(j)}^*$ = Vektor der Relativbewegung gegenüber dem Schwerpunkt), dann stimmt die *Ausfallsebene*, die von $\vec{p}_{(1)}'$ und $\vec{p}_{(2)}'$ gebildet wird, überein mit der Einfallsebene des Stoßvorgangs, d.h. die auslaufenden Teilchen bewegen sich in der Einfallsebene. (Beispiel: Dezentraler elastischer Stoß ideal harter Kugeln.)

Wert jeder Aufgabe: 12 Punkte

Abgabe: Bis Montag, 16.12.2013, vor Beginn des Übungsseminars.