Prof. Dr. R. Verch

Dr. K. Schiele

UNIVERSITÄT LEIPZIG

Inst. f. Theoretische Physik

Wintersemester 2013/14

Übungen zu TP1-Staatsexamen Lehramt
Aufgabenblatt 5

Aufgabe 5.1

Ein Massepunkt der Masse m bewegt sich in einer räumlichen Dimension im ortsabhängigen Kraftfeld

$$F(x) = F_0 \sin(kx) \quad (x \in \mathbb{R}),$$

wobei F_0 und k positive Konstanten (in geeigneten physikalischen Einheiten) sind.

(a) Berechnen Sie die potentielle Energie des Massepunkts zur Zeit t, wobei Sie die frei wählbare Konstante so festlegen, dass die potentielle Energie $= 0$ ist, wenn sich der Massepunkt bei $x = 0$ befindet.

(b) Für welche Werte der Gesamtenergie kann sich der Massepunkt beliebig weit von $x = 0$ entfernen?

(c) Geben Sie alle Bahnkurven (Lösungen der Newtoschen Bewegungsgleichung) an, die sich dem Punkt $x = 0$ annähern, ohne ihn (in endlicher Zeit) zu erreichen.

Aufgabe 5.2

Gegeben ist das Kraftfeld

$$\vec{F}(\vec{x}) = \begin{pmatrix} a\sin(bx_2) \\ cx_2 \\ dx_1x_2 \end{pmatrix}, \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

wobei a, b, c, d positive Konstanten sind (in geeigneten physikalischen Einheiten). Weiterhin gegeben ist die Bahnkurve (ist nicht Lösung der Newtonschen Bewegungsgleichung!)

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} s_0t \\ s_0t \\ s_1t^2 \end{pmatrix}$$

mit positiven Konstanten s_0, s_1 (in geeigneten physikalischen Einheiten).

Berechnen Sie die Arbeit $A_{\vec{r}}(t_2, t_1)$, die durch die Bewegung einer Masse m entlang der Bahnkurve im Kraftfeld zwischen den Zeiten t_1 und t_2 geleistet wird.

/...2

Aufgabe 5.3

Prüfen Sie, ob die folgenden Vektorfelder konservativ sind (d.h., ob die Vektorfelder ein Potential besitzen). Falls dies so ist, geben Sie Potentiale für die entsprechenden Vektorfelder an. Die Vektorfelder sind definiert auf $\mathbb{R}^3$ oder auf $\mathbb{R}^3\backslash\{\vec{0}\}$ (wenn sie bei $\vec{x} = \vec{0}$ singulär sind).

$$1)\ \ \vec{V}(\vec{x}) = \frac{\vec{x}}{||\vec{x}\,||^3} \qquad 2)\ \ \vec{W}(\vec{x}) = \frac{\vec{e}_3}{||\vec{x}\,||} \qquad 3)\ \ \vec{Y}(\vec{x}) = \frac{x_2}{1+(x_3)^2}\vec{e}_1 + \frac{(x_3)^2}{1+(x_1)^2}\vec{e}_2$$

$$4)\ \ \vec{Z}(\vec{x}) = \frac{\vec{x}}{||\vec{x}\,||^9} \qquad 5)\ \ \vec{F}(\vec{x}) = x_2\vec{e}_1 - x_1\vec{e}_2 \qquad 6)\ \ \vec{G}(\vec{x}) = x_3\vec{e}_3 + \vec{e}_2 - \vec{e}_1$$

Wert jeder Aufgabe: 12 Punkte

Abgabe: Bis Montag, 25. Nov. 2013, vor Beginn des Übungsseminars