
Übungen zu TP1-Staatsexamen Lehramt
Aufgabenblatt 4

Aufgabe 4.1

Eine Masse (idealisiert punktförmig) von 30 kg sei am Ende eines starren Balkens befestigt. Das andere Ende des Balkens ist in einem Lager angebracht, so dass der Balken um die *vertikale* Achse rotieren kann. Vereinfacht sei die Masse des Balkens als vernachlässigbar klein angenommen. Der Balken hat eine Länge von 1,5 m.

- (i) Die Winkelgeschwindigkeit $\omega(t)$ des Balkens mit Masse wird durch eine Vorrichtung gleichmässig mit einer Rate von 10° pro $(\text{sec})^2$ beschleunigt. Berechnen Sie das Drehmoment der Bahnkurve der Masse bezogen auf den Lagerpunkt des Balkens.
- (ii) Der Balken rotiere anfangs mit einer konstanten Winkelgeschwindigkeit von 60° pro Sekunde. Der Masse wird zur Zeit t_0 ein Hindernis entgegengestellt, so dass die Drehbewegung innerhalb von $1/100\text{sec}$ gestoppt wird. Berechnen Sie das Drehmoment der Bahnkurve der Masse (bezogen auf den Lagerpunkt des Balkens).
- (iii) Zusätzlich zu der Masse am Ende des Balkens sei eine weitere (idealisiert punktförmige) Masse von 40 kg an dem Balken angebracht, in einem Abstand von 0,5 m vom Lagerpunkt. Der Balken rotiere anfangs mit einer konstanten Winkelgeschwindigkeit von 60° pro Sekunde. Dem Balken wird zur Zeit t_0 ein Hindernis entgegengestellt, das den Balken in einem Abstand r_0 vom Lagerpunkt trifft und die Drehbewegung innerhalb von $1/100\text{sec}$ stoppt. Wie muss r_0 gewählt werden, damit die Belastung des Lagers möglichst gering ist?

Aufgabe 4.2

Eine Masse (idealisiert punktförmig) von 30 kg sei am Ende eines starren Balkens befestigt. Das andere Ende des Balkens ist in einem Lager angebracht, so dass der Balken um eine *horizontale* Achse rotieren kann. Vereinfacht sei die Masse des Balkens als vernachlässigbar klein angenommen. Der Balken hat eine Länge R (in Metern). Die Anordnung befindet sich im homogenen Schwerfeld der Erde ($g = 9,81 \text{ m/sec}^2$).

- (1) Berechnen Sie das Drehmoment der Bahnkurve der Masse, bezogen auf den Lagerpunkt, abhängig von der Position der Masse (beschreiben Sie dazu die Bahnkurve der Masse mit Hilfe von ebenen Polarkoordinaten, so dass die Position der Masse bei festem R nur vom Polarwinkel φ abhängt).

/...2

- (2) Bei $t = 0$ befinde sich die Masse um 5° gegenüber dem höchstmöglichen Punkt gedreht und in Ruhe, und wird losgelassen. Bestimmen Sie die Änderung des Drehimpulses der Masse gegenüber der Anfangslage, wenn sie den tiefstmöglichen Punkt erreicht.
- (3) Bestimmen Sie zu der Anfangsbedingung der Masse in (2) die Zeit t_1 , nach der die Masse den tiefstmöglichen Punkt erreicht. Vergleichen Sie dies mit der Fallzeit der Masse von der Ausgangslage bis zum tiefstmöglichen Punkt.

Aufgabe 4.3

Eine Rakete wird in einem Inertialsystem durch das entgegen ihrer Bewegungsrichtung ausströmende Verbrennungsgas beschleunigt. Die Masse der Rakete sei M_0 , wenn das Raketentriebwerk gestartet wird (mit vollem Treibstoffvorrat) und M_f bei Brennschluss (wenn der Treibstoffvorrat erschöpft ist). Die konstante Ausströmgeschwindigkeit des Verbrennungsgases sei v_G . Berechnen Sie die Geschwindigkeit $v_{R,f}$ der Rakete nach Brennschluss. Nehmen Sie dabei an, dass die Bewegung der Rakete entlang einer festen Richtung erfolgt, dass die Rakete anfangs im Inertialsystem ruht und dass keine äußeren Kräfte wirken.

Hinweis:

- Das Problem sollte so angesehen werden, dass es ein Gesamtsystem gibt, das zur Zeit t aus zwei Untersystemen besteht: Das Untersystem bestehend aus dem bis zur Zeit t ausgeströmten Verbrennungsgas, mit Impuls $\vec{p}_G(t)$, und dem Untersystem der Rakete mit dem zur Zeit t noch verbleibenden Treibstoff, mit Impuls $\vec{p}_R(t)$.
- Für das Gesamtsystem gilt zu jeder Zeit Erhaltung des Gesamtimpulses (warum?) und Erhaltung der Gesamtmasse.
- Mit Hilfe von v_G lässt sich die zeitliche Änderungsrate von $\vec{p}_G(t)$ ausdrücken. Zusammen mit den Erhaltungssätzen führt dies auf eine Gleichung, aus der sich schliesslich $v_{R,f}$ durch Integration bestimmen lässt.

Wert jeder Aufgabe: 12 Punkte

Abgabe: Bis Montag, 17.11.2013, vor Beginn des Übungsseminars.