Prof. Dr. R. Verch
Dr. T.-P. Hack

UNIVERSITÄT LEIPZIG

Inst. f. Theoretische Physik
Wintersemester 2017/18

Übungen zur Theoretischen Mechanik
Aufgabenblatt 9

Aufgabe 9.1 [wird nicht korrigiert]

In der Vorlesung wurden, ausgehend von der Bewegungsgleichung $\ddot{\vec{r}}(t) = \vec{F}(\vec{r}(t), \dot{\vec{r}}(t))$ eines Teilchens bezgl. eines IS, die Bewegungsgleichungen für die Bahnkurve $\vec{r}\,'(t)$ des Teilchens bezgl. eines BS angegeben, und zwar separat für den Fall einer rein translatorischen Bewegung von BS gegen IS (ohne Drehbewegung) und für den Fall, dass sich BS gegen IS dreht und BS und IS denselben Ursprung haben (keine Verschiebung von BS gegen IS).

Ermitteln sie, ausgehend von der Bewegungsgleichung für $\vec{r}(t)$ im IS, die Bewegungsgleichung für $\vec{r}\,'(t)$ bezgl. eines BS, das sich in allgemeiner Form gegen IS bewegt. Erläutern Sie dabei die Bedeutung der einzelnen Terme, die in der Bewegungsgleichung auftreten.

Aufgabe 9.2 [Diese Aufgabe wird korrigiert und bewertet, Wert = 12 Punkte.]

Am nördlichen Breitengrad λ wird ein (punktartiger) Gegenstand mit der Anfangsgeschwindigkeit v_0 senkrecht in die Höhe geworfen. Infolge der Erdrotation wird er von einer geraden Bahn (gesehen vom Bezugssystem der Erde) abgelenkt. Wie weit wird er am höchsten Punkt seiner Bahn abgelenkt? Erfolgt die Ablenkung nach Westen oder nach Osten? Berechnen Sie die Ablenkung in linearer Ordnung der Winkelgeschwindigkeit ω der Erdrotation (d.h. vernachlässigen Sie Effekte, die quadratisch in ω sind). Von möglichen Einflüssen durch die Erdatmosphäre soll abgesehen werden.

Hinweis: Beginnen Sie mit dem Aufstellen einer Bewegungsgleichung und gewinnen Sie daraus einen Ausdruck für die Abweichung. Gehen Sie davon aus, dass die Geschwindigkeit v_0 nicht zu groß ist und der höchste Punkt der Bahn nicht mehr als wenige Kilometer beträgt, so dass die Flugzeit sehr gering ist gegenüber $2\pi/\omega$ und damit in allen Ausdrücken, in denen $\vec{\omega}$ auftritt, $R(t) \simeq \mathbf{1}$ gesetzt werden kann (das bedeutet, mit anderen Worten, den Effekt in linearer Ordnung in ω zu betrachten).

/...2

Aufgabe 9.3 [wird nicht korrigiert]

Die Erde kann als ein Rotationskörper beschrieben werden, dessen Oberfläche $\mathcal{F}$ durch eine Gleichung $z = z(x)$ gegeben wird, wobei x der Abstand von der Drehachse in der Äquatorebene ist. Im Fall einer nicht-rotierenden Erde ist die Oberfläche eine Sphäre vom Radius R, d.h. $z(x) = \sqrt{R^2 - x^2}$.

(i) Ermitteln Sie $z = z(x)$ für die rotierende Erde unter Berücksichtigung der durch die Erdrotation hervorgerufenen Zentrifugalkraft, wobei Sie folgendermaßen vorgehen:

(a) Bestimmen Sie ein Potential U_{ges} für die Summe aus Gravitationskraft und Fliehkraft, und bestimmen Sie $z(x)$ aus der Bedingung, dass $\mathcal{F}$ eine Äquipotentialfläche für U_{ges} sein soll. Setzen Sie dabei als Gravitationskraft diejenige an, die eine *kugelförmige* Erde bei homogener Massenverteilung hätte.

(b) Die Summe aus Gravitationskraft und Fliehkraft steht senkrecht auf $\mathcal{F}$. Der Ansatz für die Gravitationskraft ist wie bei (a).

(ii) Bestimmen Sie daraus die relative Erdabplattung infolge der Erdrotation, also das Verhältnis $a = (R_A - R_P)/R_A$ mit $R_A =$ Abstand von $\mathcal{F}$ vom Erdmittelpunkt am Äquator, $R_P =$ Abstand von $\mathcal{F}$ vom Erdmittelpunkt beim Nord- oder Südpol. Verwenden Sie $R_A = 6378\text{km}$.

Aufgrund des Ansatzes für die Gravitationskraft ist a etwa um den Faktor 2 größer als der tatsächliche Wert. Erläutern Sie qualitativ, warum.

Abgabe bis Mi., 13.12.2017, vor der Vorlesung