
Übungen zur Theoretischen Mechanik
Aufgabenblatt 7

Aufgabe 7.1

[diese Aufgabe wird korrigiert und bewertet, Wert = 12 Punkte]

Das Raumschiff der Astronautin Sam befindet sich auf einer Umlaufbahn um die Erde, deren höchster Punkt (Apogäum) 1000 km und deren tiefster Punkt (Perigäum) 300 km über der Erdoberfläche liegen. Als Sam sich gerade außerhalb des Raumschiffs aufhält, bemerkt sie mit Schrecken, dass ihr Raumschiff vom Trümmerteil eines Satelliten getroffen wird. Dieser Zusammenstoß ereignet sich genau am tiefsten Punkt der Umlaufbahn des Raumschiffs. Nehmen Sie an, dass sich das Trümmerteil unmittelbar vor dem Zusammenstoß mit genau der entgegengesetzten Geschwindigkeit des Raumschiffs bewegt (die Beträge der Geschwindigkeiten unmittelbar vor dem Zusammenstoß sind also gleich) und dass die Masse des Trümmerteils ein Zehntel der Raumschiffmasse beträgt. Stürzt der entstehende Klumpen Weltraumschrott aus Raumschiff und Trümmerteil auf die Erde?

Hinweise:

- (i) Die Erde wird näherungsweise als in einem Inertialsystem ruhend betrachtet.
- (ii) Von allen durch die Erdatmosphäre bedingten Effekten soll abgesehen werden.
- (iii) Sie können benutzen, dass das Gravitationspotential außerhalb des Erdradius durch ein Newtonsches Zentralpotential beschrieben wird (vgl. Aufgabe 5.3 (a)). Wenden Sie Erhaltungssätze für diese Situation an.
- (iv) Der Zusammenstoß von Raumschiff und Trümmerteil soll idealisiert als zentraler inelastischer Stoß beschrieben werden. Sie können benutzen, dass die Geschwindigkeit eines Objekts, das beim zentralen inelastischen Stoß zweier Massen m_1 und m_2 mit den jeweiligen Geschwindigkeiten $\vec{v}_{(1)}$ und $\vec{v}_{(2)} = \alpha \vec{v}_{(1)}$ ($\alpha \in \mathbb{R}$) entsteht, gegeben ist durch

$$\vec{v}' = \left(\frac{m_1 + \alpha m_2}{m_1 + m_2} \right) \vec{v}_{(1)}.$$

/...2

Aufgabe 7.2

[wird nicht korrigiert]

(A) Zwei ideal harte Kugeln K_1 und K_2 mit den Massen $m_{(1)} \leq m_{(2)}$ und dem Radius $a > 0$ stoßen elastisch zusammen. Der Stoßprozess werde im Laborsystem beschrieben, d.h. K_2 ruhe vor dem Stoß im Ursprung des zugrundeliegenden Inertialsystems, während K_1 sich vor dem Stoß auf K_2 zubewegt.

Es sei $T_{(1)}$ die kinetische Energie von K_1 vor dem Stoß, $T'_{(1)}$ die kinetische Energie von K_1 nach dem Stoß, und $\gamma = \cos \theta$, wobei θ der Streuwinkel ist, sowie $\alpha = m_{(2)}/m_{(1)}$. Zeigen Sie, dass das Verhältnis $T'_{(1)}/T_{(1)}$ der kinetischen Energien von K_1 ausgedrückt werden kann durch

$$T'_{(1)}/T_{(1)} = \frac{2\gamma^2 + \alpha^2 - 1 + 2\gamma\sqrt{\gamma^2 + \alpha^2 - 1}}{(1 + \alpha)^2}$$

Betrachten Sie Fall, dass $m_{(2)} \rightarrow \infty$, während $m_{(1)}$ konstant bleibt. Welchen Wert nimmt das Verhältnis der kinetischen Energien in diesem Grenzfall an? Welcher physikalischen Situation entspricht der Grenzfall?

Hinweis: Versuchen Sie zunächst, γ auszudrücken durch α und $\beta = |\vec{v}_{(1)}'|/|\vec{v}_{(1)}|$.

(B) In einem Kernreaktor entstehen bei der Spaltung von U^{235} -Kernen Neutronen mit einer Energie von etwa 2MeV ($= 2 \cdot 10^6$ eV). Wieviele zentrale elastische Stöße mit den als ruhend betrachteten Atomkernen der Moderators substanz (i) Graphit, (ii) Deuterium sind erforderlich, um die Neutronen auf thermische Energie (ca. 0,03eV) abzubrem sen?

Abgabe: Bis Mi., 29.11.2017, vor der Vorlesung