
Übungen zur Theoretischen Mechanik
Aufgabenblatt 2

Aufgabe 2.1

[wird nicht korrigiert]

Ein Fluß (genauer die Wasseroberfläche) sei idealisiert beschrieben als der Streifen

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : -b/2 \leq x \leq b/2, y \in \mathbb{R}, z = 0\}.$$

Das "südliche Ufer" entspricht der Linie $x = -b/2$, das "nördliche Ufer" der Linie $x = b/2$. Das Flußwasser strömt gegenüber den ruhenden Ufern in \vec{e}_y -Richtung mit einer Geschwindigkeit, die einem parabolischen Profil mit Maximalgeschwindigkeit v_m in der Flußmitte entspricht:

$$\vec{v}_W(x, y, z) = v_m \left(1 - \left(\frac{2x}{b} \right)^2 \right) \vec{e}_y, \quad (x, y, z) \in S,$$

ist das Geschwindigkeits-Vektorfeld des Wassers an der Oberfläche.

Käpt'n Nordsee steuert ein Motorboot vom Punkt $x = -b/2, y = 0$ am südlichen Ufer zum nördlichen Ufer. Dabei steuert er das Boot so, dass die Geschwindigkeit des Bootes \vec{v}_B relativ zum unmittelbar umgebenden Flußwasser konstant ist und senkrecht zur Flußströmung verläuft. (Die Ausdehnung des Bootes darf idealisiert als vernachlässigbar angesehen werden.) Gesucht ist die Bahnkurve des Bootes bzgl. des Bezugssystems (Inertialsystems), in dem das Flußwasser das oben beschriebene Geschwindigkeitsprofil hat, sowie der Landungspunkt des Bootes am nördlichen Ufer.

Aufgabe 2.2

[wird nicht korrigiert]

Die Antares-Trägerrakete hat beim Start eine Masse von $285 \cdot 10^3 \text{kg}$. Die Brenndauer der ersten Antriebsstufe beträgt 235s , und die bei Brennschluss verbleibende Raketenmasse ist $43 \cdot 10^3 \text{kg}$. Die Verbrennungsgase treten mit einer Geschwindigkeit von etwa $3 \cdot 10^3 \text{m/s}$ aus dem Raketenmotor aus. Nehmen Sie an, die Rakete würde von der Erdoberfläche in senkrechter Richtung aufwärts fliegen, also entgegengesetzt zur Richtung des Erdschwerefelds.

- (i) Welche Geschwindigkeit erreicht die Rakete bei Brennschluss der ersten Antriebsstufe?
- (ii) Welche Flughöhe erreicht die Rakete bei Brennschluss der ersten Antriebsstufe?

/...2

- (iii) Was ist der Ausdruck für die Schubkraft, die auf die Rakete wirkt? Berechnen Sie die (mittlere) Schubkraft der ersten Antriebsstufe aus den angegebenen Daten und vergleichen Sie den erhaltenen Wert mit den Daten für die Antares-Tägerrakete (siehe <http://www.spaceflight101.com/antares-launch-vehicle-information.html>).

Hinweis: Gehen Sie davon aus, dass das Erdschwerefeld homogen ist und $9,81\text{m/s}^2$ beträgt. Von Effekten, die von der Erdrotation oder von Luftwiderstandskräften herrühren, soll abgesehen werden. Die Bewegungsgleichung, die hier relevant ist, ist $d\vec{P}(t)/dt = \vec{F}^A$. Für den Fall der Rakete wurde ein Ausdruck für $d\vec{P}(t)/dt$ in der Vorlesung abgeleitet.

Aufgabe 2.3

[Diese Aufgabe wird korrigiert und bewertet, Wert = 12 Punkte.]

Abgabefrist für die Lösung bis Do., 02.11.2016, vor Beginn der Vorlesung.]

Ein Fallschirmspringer von 95 kg Masse inkl. Ausrüstung steigt in 1000 m Höhe aus einem Flugzeug. Der Fallschirm ist halbkugelförmig mit Durchmesser d . Wie groß muss d sein, damit die vertikale Geschwindigkeit des Fallschirmspringers am Boden nicht größer ist als 30 km/h?

Die Luftwiderstandskraft für den Fallschirm ist

$$\vec{F}_W = -\frac{1}{2}c_W A \varrho \dot{\vec{r}} |\dot{\vec{r}}|$$

wobei $\vec{r}(t)$ die Bahnkurve des Fallschirmspringers ist (bezogen auf ein Inertialsystem, in dem die Erdoberfläche ruht); A = Luftwiderstandsfläche des Fallschirms ($= \pi d^2/4$), ϱ = Luftdichte, c_W = Luftwiderstandsbeiwert = 1,2.