Prof. Dr. R. Verch
Dr. G. Lechner

UNIVERSITÄT LEIPZIG
Inst. f. Theoretische Physik
Wintersemester 2014/15

Übungen zu TP1-Staatsexamen Lehramt
Aufgabenblatt 8

Aufgabe 8.1

Nennen Sie alle Erhaltungssätze für ein System aus endlich vielen (mindestens 2) massiven, punktartig idealisierten Teilchen, zwischen denen konservative, zentrale 2-Teilchenkräfte wirken, bei Abwesenheit äußerer Kräfte.

Aufgabe 8.2

(a) Ein Planet sei vereinfacht beschrieben als eine Kugel mit Radius R und homogener Massenverteilung der Gesamtmasse M. Zeigen Sie, dass das von dem Planeten im Außenraum hervorgerufene Gravitationsfeld übereinstimmt mit dem Gravitationsfeld, das eine idealisiert im Mittelpunkt des Planeten punktförmig konzentrierte Masse M erzeugen würde.

(b) Nehmen Sie an, dass die Massendichte des Planeten beschrieben wird durch eine stetige Funktion $\varrho(r) \geq 0$, wobei $r \in [0, R]$ der Abstand vom Mittelpunkt des Planeten ist. Gilt die Aussage, die in (a) gezeigt werden soll, dann auch?

(c) Nehmen Sie an, dass der Außenraum einer leeren Kugel mit dem Radius R mit einer sphärisch symmetrischen Massenverteilung (mit Massendichte $\varrho(r) \geq 0$, wobei $r > R$ der Abstand vom Mittelpunkt der Hohlkugel) erfüllt ist ("Hohlwelt"). Welches Gravitationsfeld ergibt sich im Innenraum der Kugel?

Aufgabe 8.3

Zwei idealisiert punktartige Massen m und M bewegen sich unter dem Einfluss einer gegenseitigen konservativen Zentralkraft mit dem Potential $U(r)$, $r = ||\vec{r}||$, wobei $\vec{r}$ der Vektor der Relativbewegung ist.

Der *Runge-Lenz-Vektor* der Bahnkurve der Relativbewegung wird definiert als

$$\vec{A} = \mu \dot{\vec{r}} \times \vec{\ell} + \mu U(r) \vec{r}.$$

Dabei ist μ die reduzierte Masse des Zweiteilchensystems und $\vec{\ell}$ der Drehimpuls der Bahnkurve.

/...2

(a) Zeigen Sie für den Fall des *Newtonschen Potentials*

$$U(r) = -\frac{\kappa}{r} \quad (r > 0\,, \quad \kappa \text{ eine positive Konstante in geeign. Einheiten})\,,$$

dass $\vec{A}$ für Lösungen der Bewegungsgleichung zeitlich konstant ist.

(b) Zeigen Sie, dass i.a. für Potentiale $U(r)$, die nicht von der Form des Newtonschen Potentials sind, der Runge-Lenz-Vektor $\vec{A}$ nicht zeitlich konstant ist.

Wert jeder Aufgabe = 12 Punkte

Abgabe: Bis Montag, 08.12.2014, vor dem Übungsseminar