

---

Übungen zu TP1-Staatsexamen Lehramt  
Aufgabenblatt 5

---

**Aufgabe 5.1**

Eine Masse (idealisiert punktförmig) von 30 kg sei am Ende eines starren Balkens befestigt. Das andere Ende des Balkens ist in einem Lager angebracht, so dass der Balken in der horizontalen Ebene um die *vertikale* Achse rotieren kann. Vereinfacht sei die Masse des Balkens als vernachlässigbar klein angenommen. Der Balken hat eine Länge von 1,5 m.

- (i) Die Winkelgeschwindigkeit  $\omega(t)$  des Balkens mit Masse wird durch eine Vorrichtung gleichmässig mit einer Rate von  $10^\circ$  pro  $(\text{sec})^2$  beschleunigt. Berechnen Sie das Drehmoment der Bahnkurve der Masse bezogen auf den Lagerpunkt des Balkens.
- (ii) Der Balken rotiere anfangs mit einer konstanten Winkelgeschwindigkeit von  $60^\circ$  pro Sekunde. Der Masse wird zur Zeit  $t_0$  ein Hindernis entgegengestellt, so dass die Drehbewegung innerhalb von  $1/100 \text{ sec}$  gestoppt wird. Berechnen Sie das Drehmoment der Bahnkurve der Masse (bezogen auf den Lagerpunkt des Balkens).
- (iii) Zusätzlich zu der Masse am Ende des Balkens sei eine weitere (idealisiert punktförmige) Masse von 40 kg an dem Balken angebracht, in einem Abstand von 0,5 m vom Lagerpunkt. Der Balken rotiere anfangs mit einer konstanten Winkelgeschwindigkeit von  $60^\circ$  pro Sekunde. Dem Balken wird zur Zeit  $t_0$  ein Hindernis entgegengestellt, das den Balken in einem Abstand  $r_0$  vom Lagerpunkt trifft und die Drehbewegung innerhalb von  $1/100 \text{ sec}$  stoppt. Wie muss  $r_0$  gewählt werden, damit die Belastung des Lagers möglichst gering ist?

**Aufgabe 5.2**

Eine Masse (idealisiert punktförmig) von 30 kg sei am Ende eines starren Balkens befestigt. Das andere Ende des Balkens ist in einem Lager angebracht, so dass der Balken in einer vertikal ausgerichteten Ebene um eine *horizontale* Achse rotieren kann. Vereinfacht sei die Masse des Balkens als vernachlässigbar klein angenommen. Der Balken hat eine Länge  $R$  (in Metern). Die Anordnung befindet sich im homogenen Schwerfeld der Erde ( $g = 9,81 \text{ m/sec}^2$ ).

- (1) Berechnen Sie das Drehmoment der Bahnkurve der Masse, bezogen auf den Lagerpunkt, abhängig von der Position der Masse (beschreiben Sie dazu die Bahnkurve der Masse mit Hilfe von ebenen Polarkoordinaten, so dass die Position der Masse bei festem  $R$  nur vom Polarwinkel  $\varphi$  abhängt).

/...2

- (2) Bei  $t = 0$  befinde sich die Masse um  $5^\circ$  gegenüber dem tiefstmöglichen Punkt gedreht und in Ruhe, und wird losgelassen. Bestimmen Sie die Differentialgleichung für die Änderung des Drehimpulses der Masse gegenüber der Anfangslage. Vereinfachen Sie diese Differentialgleichung zu einer Schwingungsgleichung durch eine geeignete lineare Näherung.
- (3 \*) Bestimmen Sie zu der Anfangsbedingung der Masse in (2) die Zeit  $t_1$ , nach der die Masse den tiefstmöglichen Punkt erreicht, in der Näherung der Schwingungsgleichung. Vergleichen Sie dies mit der Fallzeit der Masse von der Ausgangslage bis zum tiefstmöglichen Punkt.

### Aufgabe 5.3

- (a) Ein Golfspieler schlägt einen Ball mit einer Geschwindigkeit  $\vec{v}$  ab. Bei welchem Winkel  $\alpha$  von  $\vec{v}$  gegenüber der horizontalen Ebene ( $x_1$ - $x_2$ -Ebene) fliegt der Golfball am weitesten, d.h. erreicht in der horizontalen Ebene den größten Abstand vom Abschlagpunkt? Berechnen Sie die maximale Entfernung vom Abschlagpunkt für  $||\vec{v}|| = 160 \text{ km/h}$ .
- (b) Auf dem Flachdach eines 60 m hohen Hauses ist ein Golfübungsplatz eingerichtet. Das Flachdach liegt parallel zur  $x_1$ - $x_2$ -Ebene und hat einen quadratischen Grundriss von 20 m Kantenlänge. Ein Golfspieler schlägt den Ball von der Mitte des Daches in einem Winkel  $\beta = 49^\circ$  gegen die Dachebene ab, mit einer Geschwindigkeit von 160 km/h.
- (i) Berechnen Sie die Flugzeit des Golfballs vom Abschlag bis zum Auftreffen auf dem Grund (Ebene des Erdgeschosses).
- (ii) Wie weit entfernt von der Hausmitte auf dem Grund landet der Golfball?
- (iii) Wie groß sind Horizontal- und Vertikalgeschwindigkeit des Golfballs beim Auftreffen auf dem Grund?
- (c\*) (*nicht prüfungsrelevant*) In der Ausgangssituation von (b) soll das Hausdach umzäunt werden, um zu verhindern, dass Golfbälle das Dach verlassen. Wie hoch muss der Zaun sein, um dies zu erreichen, wenn der Abschlagpunkt in der Dachmitte liegt und man davon ausgehen kann, dass die Abschlagsgeschwindigkeit nicht höher sein kann als 250 km/h? (Jeder Abschlagwinkel ist zugelassen.)

*Hinweis:* Die Erdbeschleunigung ist bei allen Aufgabenteilen  $\vec{g} = -g\vec{e}_3$  mit  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ . Von Effekten, die von aerodynamischen Kräften oder von der Erdrotation herrühren, soll abgesehen werden.

Wert jeder Aufgabe = 12 Punkte.

Abgabe: Bis Montag, 24.11.2014, vor Beginn des Übungsseminars.