Prof. Dr. R. Verch
Dr. G. Lechner

UNIVERSITÄT LEIPZIG

Inst. f. Theoretische Physik

Wintersemester 2014/15

Übungen zu TP1-Staatsexamen Lehramt
Aufgabenblatt 3

Aufgabe 3.1 Ein Fluß (genauer die Wasseroberfläche) sei idealisiert beschrieben als der Streifen

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : -b/2 \leq x \leq b/2\,, \quad y \in \mathbb{R}\,, \quad z = 0\}\,.$$

Das "südliche Ufer" entspricht der Linie $x = -b/2$, das "nördliche Ufer" der Linie $x = b/2$. Das Flußwasser strömt gegenüber den ruhenden Ufern in $\vec{e}_y$-Richtung mit einer Geschwindigkeit, die einem parabolischen Profil mit Maximalgeschwindigkeit v_m in der Flußmitte entspricht:

$$\vec{v}_W(x, y, z) = v_m \left(1 - \left(\frac{2x}{b}\right)^2\right) \vec{e}_y\,, \quad (x, y, z) \in S\,,$$

ist das Geschwindigkeits-Vektorfeld des Wassers an der Oberfläche.

Käpt'n Nordsee steuert ein Motorboot vom Punkt $x = -b/2$, $y = 0$ am südlichen Ufer zum nödlichen Ufer. Dabei steuert er das Boot so, dass die Geschwindigkeit des Bootes $\vec{v}_B$ relativ zum unmittelbar umgebenden Flußwasser konstant ist und senkrecht zur Flußströmung verläuft. (Die Ausdehnung des Bootes darf idealisiert als vernachlässigbar angesehen werden.) Gesucht ist die Bahnkurve des Bootes bzgl. des Bezugssystems (Inertialsystems), in dem das Flußwasser das oben beschriebene Geschwindigkeitsprofil hat, sowie der Landungspunkt des Bootes am nördlichen Ufer.

Aufgabe 3.2 Ein Hagelkorn (eine Eiskugel von $R = 1$cm Radius) fällt aus 1km Höhe. Das Korn wird durch die Gravitationskraft beschleunigt und durch die Reibungskraft

$$\vec{F}_{\texttt{Rei}} = -\tfrac{1}{2} C_W \pi R^2 \varrho_L \dot{\vec{r}}\,||\dot{\vec{r}}\,||$$

gebremst, wobei ϱ_L die Luftdichte und $C_W \simeq 0,5$ den Luftwiderstandskoeffizienten bezeichnen. Stellen Sie die Newtonsche Bewegungsgleichung auf mit der Anfangsbedingung, dass das Hagelkorn bei $t = 0$ ruht. Lösen Sie das Anfangswertproblem der Newtonschen Bewegungsgleichung und bestimmen Sie die Geschwindigkeit, mit der das Hagelkorn auf die Erdoberfläche trifft. (Sie dürfen eine asymptotische Form der Bahnkurve zur Bestimmung der Flugzeit benutzen.) Wie verhält sich die Auftreffgeschwindigkeit bei Variation von R, z.B. wenn R verdoppelt wird? [Von Effekten, die von der Erdrotation herrühren, soll abgesehen werden.]

/...2

Aufgabe 3.3

Eine raketenbetriebene Raumsonde der Masse m beschreibt bezüglich eines Inertialsystems eine Bahnkurve der Form

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} \xi t^{1/3} \cos(f\sqrt{t}) \\ \xi t^{1/3} \sin(f\sqrt{t}) \\ 0 \end{pmatrix} \qquad (t > 0)$$

(a) Welche physikalischen Dimensionen haben die (positiven) Konstanten ξ und f?

(b) Bestimmen Sie die Kraft, die auf die Raumsonde zur Zeit t wirkt.

(c) Bestimmen Sie die Änderung des Drehimpulses der Raumsonde zwischen zwei Zeitpunkten $t = t_0$ und $t = t_1 > t_0$.

(d) Ein weiteres Inertialsystem sei gegenüber dem ersten um den Vektor $\vec{x}_0 = \vec{PP'}$ (P bezieht sich auf das zuerst gegebene Inertialsystem) verschoben. Bestimmen Sie den Drehimpuls der Raumsonde bezüglich des weiteren Inertialsystems zur Zeit t.

Wert jeder Aufgabe: 12 Punkte

Abgabe: Bis Montag, 03.11.2014, vor Beginn des Übungsseminars.