

Das Plancksche Wirkungsquantum - Hundert Jahre danach¹

Armin Uhlmann, Leipzig

Verzeiht, es ist ein groß Ergetzen,
sich in den Geist der Zeiten zu versetzen,
zu schauen, wie vor uns ein weiser Mann gedacht,
Und wie wirs dann zuletzt so herrlich weit gebracht.
Goethe, Faust I, Wagner

Das Jahr der Physik ist vorbei, die Physik aber bleibt. Die Quantenphysik ist hundert Jahre alt, ihren Zenit hat sie aber noch lange nicht erreicht. Ihre Entdeckung aber darf man sicher zu den erstaunlichsten geistigen Leistungen rechnen, die das 20. Jahrhundert zu bieten hatte.

Die Übereinstimmung von Theorie und Experiment ist hervorragend, die Versuche, ihre Grundannahmen zu widerlegen, weitgehend gescheitert. Und dies, obwohl es sich oft um Vorgänge handelt, die sich dem direkten Zugriff unserer Sinnesorgane entziehen, für die wir daher kein adäquates Sinnbild besitzen können. Wohl aus diesem Grund hat Richard Feynman, einer der Großen des Geschäfts, gesagt, Quantenphysik wäre eigentlich nicht wirklich zu verstehen. Man mag es vergleichen mit dem Eintauchen in eine virtuelle Welt, die mit einer strikten Logik ausgestattet ist, dem Regelwerk der Quantenphysik. Und es ist gerade die erstaunliche Konsistenz, mit der die einzelnen physikalischen Behauptungen ineinander greifen, die das Handhaben des Ungewohnten erlauben.

Es ist wahr, dass zur korrekten Formulierung der Quantentheorie ein ansehnlicher mathematischer Apparat notwendig ist. Aber letzteres trifft wohl auf alle großen physikalischen Gebiete zu. Selbst die gute alte Newtonsche Mechanik führt uns, wenn wir die einfachsten Lehrbuchbeispiele verlassen, leicht zu dem Punkt, an dem unser mathematisches Latein am Ende ist. Doch nicht davon soll im Folgenden die Rede sein.

Beginnen wir also mit dem Planckschen Wirkungsquantum. Von den drei Bestandteilen dieser Wortbildung bietet der erste kein sonderliches Problem: Es war Max Planck, der das Wirkungsquantum entdeckte (Akademievortrag vom 18. 5. 1899). Aber erst am 14.12.1900, auf einer Sitzung der Deutschen Physikalischen Gesellschaft, auf der Planck seine Strahlungsformel vorführte, wurde seine Entdeckung zu einem physikalischen Ereignis erster Ordnung.

Es ging um dabei die Verteilung der Wärme im Gleichgewicht zwischen Strahlung und festen Körpern: Wieviel Energie ist im Strahlungsfeld einer Wärmequelle, z.B. eines Ofens, wie hängt diese Energie von der Temperatur ab? Dass dies ein

¹Vortrag vom 21.12.2000 vor der naturwiss. Klasse der Leibniz Sozietät, Berlin.

Problem von großem praktischen Interesse ist, bedarf kaum der Betonung. Dass ihm außergewöhnlich große wissenschaftliche Bedeutung zukommt, hatte wohl zuerst Kirchhoff (1859) erkannt: Es ist eine Art Schnittstelle zwischen Elektromagnetismus und Wärmelehre, die für ihre Zusammenpassen, für ihre friedliche Koexistenz, zu sorgen hat.

Jedoch gerade hier verstrickten sich zu Ende des 19. Jahrhunderts Elektromagnetismus und Wärmelehre, diese beiden Säulen der klassischen Physik, in einen krassen Widerspruch zur Erfahrung.

Ludwig Boltzmann, Clark Maxwell und dann James Gibbs haben gezeigt, wie sich die Energie im thermischen Gleichgewicht auf die einzelnen Freiheitsgrade eines physikalischen Systems verteilt. Nun, die Zahl der Freiheitsgrade eines beliebigen Körpers, z.B. eines Ofens, ist ungeheuerlich groß. Die des Maxwell'schen Feldes aber ist unbegrenzt. Und dieser Umstand führte, entgegen der Erfahrung, auf eine viel zu große Wärmekapazität des Strahlungsfeldes. Man konnte nicht erklären, weshalb ein erlöschender Ofen kein gelbes Licht ausstrahlt" (Bonmot von Lorentz).

Planck hatte sorgfältig und planmäßig darauf hingewirkt, die bekannten Teilergebnisse ² in einer einzigen Formel zu vereinen. Doch führten auch seine Bemühungen zunächst nicht zum Ziel. Entscheidend war schließlich der Versuch, den Energieaustausch zwischen Atomen und Molekülen einerseits und der elektromagnetischen Strahlung andererseits als nicht ganz stetig, als in Quanten vor sich gehend, anzunehmen. Planck schrieb später:

... so findet man, dass das Abwandern der Energie in die Strahlung durch die Annahme verhindert werden kann, daß die Energie von vornherein gezwungen ist, in gewissen Quanten beieinander zu bleiben. Das war eine rein formale Annahme, und ich dachte mit eigentlich nicht viel dabei, sondern nur das, daß ich unter allen Umständen ... ein positives Resultat herbeiführen mußte.

und er bemerkte auch:

Kurz zusammengefaßt kann ich die ganze Tat als einen Akt der Verzweiflung bezeichnen. Denn von Natur bin ich friedlich und bedenklichen Abenteuern abgeneigt.

Die Portionierung durch ein Wirkungsquantum passte nicht in den Rahmen der klassischen Physik und sollte zu unvorhergesehenen Konsequenzen führen, die auch heute keineswegs als zu Ende gedacht gesehen werden sollten.

Doch was war mit Wirkung gemeint? Der normale Sprachgebrauch geht mit dem Wort *Wirkung* großzügig um. Dies ist aber nicht so, wenn in der Physik von einer Größe gesagt wird, sie sei eine Wirkung. Wenden wir uns also dem Wort *Wirkung* im Planckschen Wirkungsquantum zu.

²Teilergebnisse legten u.a. Boltzmann, Jeans, Rayleigh, Stephan und Wien vor. Experimente, die auf Fehler in den bis Dezember 1900 bekannten Formeln hinwiesen, stammten von Lummer und Pringsheim, Kurlbaum und Rubens, Paschen. Das neue Plancksche Strahlungsgesetz zeigte Übereinstimmung mit den experimentellen Befunden. M. Planck, *Ann. Phys.*, **1**, (1900) 69-122

Ein schwingendes Etwas, sagen wir ein Natriumatom in einem Kochsalzgitter, sollte nach Planck seine Energie portionsweise abgeben (oder aufnehmen). Je schneller die Schwingungen, um so größer die Portionen. Je langsamer die Schwingung, um so kleiner die auszutauschenden Energiebeträge. Die Anzahl der Schwingungen pro Zeiteinheit ist die Frequenz. Man muss also die Frequenz sowohl mit einer Zeit (- wie lange muss man warten, bis etwas passiert -) als auch mit einer energetischen Einheit multiplizieren, um eine Energie zu erhalten. Eine solche Größe, Energie mal Zeit, die einer Frequenz eine Energie zuordnet, wird *Wirkung* genannt.

Die Physik kennt noch viele andere Möglichkeiten, eine Wirkung zu quantifizieren, die sich aber alle ineinander umrechnen lassen. Beispielsweise kann man die Wirkung als Produkt aus Masse, Geschwindigkeit und Länge darstellen.

Das Plancksche Wirkungsquantum ist eine definierte Menge an Wirkung, eben ein Quantum. Dieses Quantum erweist sich als eine Naturkonstante von universellem Charakter. Max Planck hat sie mit dem Buchstaben h bezeichnet. Heute benutzt man meist das sogenannte \hbar , das durch den Umfang eines Einheitskreises geteilte Plancksche h . Diese kleine Abänderung ist nicht besonders tiefsinnig, wird aber allgemein anerkannt, da sie oft zu Vereinfachungen im Formelbild führt.

Ist h bzw. \hbar eine großes oder ein kleines Quantum? Von unserer Alltagserfahrung aus gesehen, ist es eine überaus kleine Menge. Anders gesagt, die Zahl der Planckschen Wirkungsquanten, die unser Tun begleiten, ist phantastisch groß³

Die Unruh einer mechanischen Armbanduhr mag etwa 0,1 Gramm wiegen, ihre Ausdehnung sei 0,1 cm und ihre charakteristische Schwingungsdauer 1 Sekunde. Dem entspricht eine kaum vorstellbare Anzahl Planckscher Wirkungsquanten, rund gerechnet eine Eins mit 22 Nullen. Die Wirkung wird damit in überaus kleine Stücke aufgeteilt. Eine derartige Portionierung kann niemand messen: Ein Uhrmacher braucht nichts von Quantenphysik zu verstehen. Analog ist es mit allen Dingen und Verrichtungen unserer Alltags. Und wäre es anders, hätte es nicht eines Max Planck bedurft, um das Wirken von h zu entdecken!

Ganz gegenteilig ist es mit atomaren Vorgängen. Der Abstand zwischen Natrium- und Chloratomen im Gitter des gewöhnlichen Kochsalzes ist hinreichend klein: Erst etwa 35 Millionen dieser Abstände ergeben einen Zentimeter. Die Energie pro Bindung wurde mit 8 eV (Elektronenvolt) ermittelt. Nimmt man an, dass Elektronen für die Bindung verantwortlich sind, so kann man auf eine Wirkung von $3 \hbar$ schließen. Hier muss die Klassische Physik versagen. Chemiker sollten daher etwas von Quantenphysik verstehen.

Auch Kernphysiker sollten es. Wenn wir uns auf die Ebene der Atomkerne begeben, so wird die charakteristische Länge (der Kernradius) 100 000 mal kleiner. Die Bindungsenergie aber wird entsprechend größer, und man schätzt als typische Wirkung auch hier etwa $1 \hbar$.

³ 10^{34} mal \hbar ergibt in etwa 1 Joule/Sekunde

Die genannten Beispiele ließen sich beliebig vermehren⁴. Man erhält bei diesen Zahlenspielen sehr grobe Schätzungen für die Größe eines möglichen Quanteneffekts, für ein etwaiges signifikantes Abweichen von der Klassischen Physik. Cum grano salis: Sind wenige Plancksche h im Spiel, so konsultiere man ein Lehrbuch der Quantenphysik, sind es überaus viele, schlägt man bei Newton nach.

Ich hatte schon gesagt, dass das Plancksche h für die Klassische Physik ein Fremdkörper ist. Niemand wusste, wie man vorzugehen hat. Es begann die Suche nach weiteren Anwendungen und nach Regeln und Vorschriften, die den Umgang mit dem Wirkungsquantum sicher machen sollten. Diese Periode dauerte 25 Jahre. In ihr entstand ein Hybrid aus Klassischer und Quantenphysik, eine Art Zwitterwesen, das sich gleichzeitig der einen wie der anderen Seite zuneigen musste. Und erst nach einer so langen Zeit intensiver Erkundung betrat die eigentliche Quantenphysik die Bühne der Physik.

Ein ganz kurzer Blick auf diese erste Zeit kann zur Beleuchtung der Probleme beitragen. Im Jahre 1905 veröffentlichte Albert Einstein drei seiner berühmtesten Arbeiten. Jene mit dem Titel

Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichts betreffenden heuristischen Gesichtspunkt

war eine Weile umstritten. In ihr und der 1906 erschienenen Arbeit

Zur Theorie der Lichterzeugung und Lichtabsorption

führte Einstein das Photon ein und erklärte den lichtelektrischen Effekt⁵. Das brachte ihm den Nobelpreis. Wenn man die Frequenz einer elektromagnetischen Welle mit h multipliziert, so erhält man eine Energie. Heute erscheint die Annahme, dass dem eine tiefere Bedeutung beizumessen ist, ganz plausibel. Heute steht es so in jedem einschlägigen Lehrbuch.

Damals jedoch war Planck mit den Einsteinschen Ansätzen nicht einverstanden. Er wollte den Einfluss der Planckschen Konstante auf die Wechselwirkung von Strahlungsfeld mit konkretem Material verstanden wissen. In diesem Sinne schrieben Planck, Nernst, Rubens, Warburg noch 1913 über Einstein⁶:

Daß er in seinen Spekulationen gelegentlich auch einmal über das Ziel hinausgeschossen haben mag, wie z.B. in seiner Hypothese der Lichtquanten, wird man ihm nicht allzu schwer anrechnen dürfen; denn ohne einmal ein Risiko zu wagen läßt sich auch in der exaktesten Naturwissenschaft keine wirkliche Neuerung einführen.

⁴Viele schöne Beispiele sind zu finden in: J.-M. Levy-Leblond, F. Balibar: *Quantics, Rudiments of Quantum Physics*. North-Holland Publ. Company, 1990

⁵A. Einstein, *Ann. Physik*, **19**, (1905) 132-148 und **20**, (1906) 199-206

⁶Ch. Kirsten, H.-G. Körper: *Physiker über Physiker, Wahlvorschläge zur Aufnahme von Physikern in die Berliner Akademie 1870 bis 1929*. Akademie-Verlag, Berlin 1975

Später sollte sich auch Einstein zeitweilig von der Quantenphysik distanzieren, da ihm einige ihrer Folgerungen unerträglich schienen.

Dann betrat das Bohrsche Atommodell die physikalische Ideenwelt. Es löste eine Wende im Denken vieler Physiker aus, die bis dato vorwiegend skeptisch den Quantenhypothesen gegenüber standen. Die Berechnung des Spektrums der Wasserstoffatome nach Niels Bohr setzte die Physikergilde in Erstaunen. Es nimmt nicht wunder, 1922 in Einsteins Wahlvorschlag für Niels Bohr zu lesen ⁷:

Wenn dereinst eine spätere Generation die Geschichte der physikalischen Fortschritte unserer Zeit darstellen wird, wird sie mit dem Namen von Niels Bohr einen der bedeutsamsten Fortschritte zu verbinden haben, den unsere Erkenntnis vom Wesen der Atome je gemacht hat.

Werfen wir einen flüchtigen Blick auf das Bohrsche Atom⁸. Es tritt uns bildhaft als ein miniaturisiertes Planetensystems entgegen, bei dem die Sonne der Atomkern, die Planeten aber Elektronen sind. Die Kräfte, die das Ganze zusammenhalten, sind aber elektrischer Natur. Im Rahmen Klassischer Physik ist ein solches Modell schlicht unmöglich, da komplett instabil: Alle Energie müsste verstrahlen, die Elektronen in den Kern stürzen. Bohr formulierte eine Hypothese, die einige wenige Bahnen als zulässig aussortiert und, man denke an Plancks Vorgehen, die ungebremste Abstrahlung der Energie verhindert.

Die Energie, die zwei Körper gemäß der Newtonschen Gravitation bindet, nimmt umgekehrt zu ihrer Entfernung ab. Gleiches gilt für die Attraktion zweier entgegengesetzter elektrischer Ladungen. Daher gelten die Keplerschen Gesetze, die die Bahnen der Planeten um die Sonne beschreiben, auch für das planetarische Atommodell. Das zweite Keplersche Gesetz behauptet: Die Geschwindigkeit, mit der die von der Geraden Sonne - Planet überstrichene Fläche anwächst, bleibt konstant. Man bekommt eine Wirkung, nämlich den Drehimpuls, wenn man besagten Flächenzuwachs pro Zeiteinheit mit der Masse des Planeten multipliziert.

Für das Planetensystem wäre die Portionierung des Drehimpulses mit Hilfe des Planckschen Wirkungsquantums eine unsinnig kleine und genau so unangemessen wie bei der oben betrachteten Unruh einer Uhr. Anders aber liegen die Verhältnisse beim Atommodell. Hier kommt man mit dem Drehimpuls in die Größenordnung des Planckschen Wirkungsquantums.

Im Lichte der Keplerschen Gesetze ist Bohrs Behauptung genial einfach: Der Drehimpuls darf nur ganzzahlige Vielfache von \hbar annehmen. Das Postulat erklärt die beobachtete Struktur des H-Atoms mit erstaunlicher numerischer Genauigkeit. Aber es hatte auch seine logischen Probleme: Zuerst rechnet man alle möglichen Elektronenbahnen nach den klassischen Vorschriften aus und dann erklärt man *per Dekret* fast alle für ungültig. Nur ein paar auserwählte Bahnen überleben die Bohrsche Vorschrift.

⁷ebenda

⁸N. Bohr, *Phil. Magazin London*, **26**, (1913) 1-25, 476-502 und 857-875

Befindet sich das Elektron eines Bohrschen Atoms in seiner tiefsten erlaubten Bahn, so ist das Atom in einer Art Ruhezustand, den man den *Grundzustand* nennt. Um das Atom anzuregen, um ein Elektron in eine höhere Bahn zu zwingen, müssen wir ihm Energie zuführen. Nach Bohr benötigt man dafür eine Mindestenergie, ohne die sich gar nichts tut (siehe auch⁹). Warum ist das ziemlich ungewöhnlich? Nun, wenn sich zwei Atome stoßen, die Bewegungsenergie aber nicht ausreicht, um wenigstens eines aus dem Grundzustand in einen angeregten zu befördern, so trennen sie sich wieder als wäre nichts geschehen. Nichts wird später auf diesen Zusammenstoß hinweisen. Als hätte es ihn nie gegeben!

Arnold Sommerfeld¹⁰ baute den Bohrschen Ansatz weit aus, um auch die höheren Atomspektren, namentlich die des Heliums, und den Einfluss eines äußeren Magnetfeldes berechnen zu können. Die Bohr-Sommerfeldsche Theorie zeitigte beeindruckende Erfolge. Aber 1923 erschien eine Arbeit¹¹ von Max Born und Werner Heisenberg über die Elektronenbahnen im angeregten Heliumatom. Es zeigte unabwiesbare Diskrepanzen zu den experimentellen Befunden. 1929 schrieb Schrödinger, Laue, Planck, Nernst hierzu rückblickend:

Diese Feststellung war von außerordentlichem Wert, denn nur die von jeder Hoffnung befreite Überzeugung, dass die Bohrsche Theorie trotz ihrer ungeheueren Erfolge unzureichend war, gab dem tastenden Suchen nach einer besseren Theorie die Stoßkraft und Kühnheit, welche die waghalsige Lösung des Problems durch Heisenberg ermöglichte. (siehe Fußnote 6)

Heisenbergs Arbeit *Über quantentheoretische Umdeutung kinematischer und mechanischer Beziehungen*¹² enthielt die waghalsige Lösung auf die sich die genannten Herrn bezogen. Ihr auf 1925 datiertes Erscheinen gilt als Geburtsstunde der modernen Quantentheorie. In ihr behauptete Heisenberg, dass beobachtbare Größen im Allgemeinen nicht vertauschen. Beobachtbare Größen können Entfernungen, Impulse (= Geschwindigkeit eines Teilchens multipliziert mit seiner Masse), Energie und manches andere sein.

Eine gewisse Vorstellung davon zu bekommen, ist nicht allzu schwer. Wenn wir etwa die Geschwindigkeit messen und etwas warten, dann könnte eine erneute Messung eine etwas andere Geschwindigkeit ergeben, da die Bewegung ja nicht unbedingt gleichförmig verlaufen muss. Allerdings, je weniger Zeit wir zwischen beiden Messungen verstreichen lassen, umso näher liegen beide Messresultate beieinander. Das Nämliche erwarten wir, wenn wir zwei verschiedene Größen messen, sagen wir den Ort und die Geschwindigkeit. Es sollte nicht viel ausmachen, ob wir zuerst den Ort eines Teilchens messen und dann seine Geschwindigkeit oder ob wir anders herum vorgehen, wenn nur die zeitliche Differenz zwischen den jeweiligen Messungen klein genug ist. Aber genau dieser Überlegung setzt Heisenberg sein kategorisches NEIN entgegen: Wie gering auch die verflossene Zeit

⁹J. Franck und G. Hertz, *Phys. Z.*, **20**, (1919) 132-143

¹⁰A. Sommerfeld, *Ann. Physik*, **51**, (1916) 1-94 und 125-167

¹¹M. Born, W. Heisenberg, *Z. Physik*, **16**, (1923) 557-615

¹²W. Heisenberg, *Z. Physik*, **33**, (1925) 879-894

zwischen beiden Messungen ist, die Resultate bleiben (im Mittel) verschieden, sind von der Reihenfolge der beiden Messungen abhängig. Erst Geschwindigkeit, dann Ort oder erst Ort und dann Geschwindigkeit, das ist hier die Frage!

Eine merkwürdige Konsequenz ist das Verbot eines Messinstruments, das gleichzeitig Ort und Geschwindigkeit (hinreichend genau!) misst.

Nun ist die Heisenbergsche Formulierung freilich subtil genug, um nicht mit unseren Alltagserfahrungen in Konflikt zu geraten. Sie setzt ein Maß, das regelt, wie stark die Observablen Ort und Geschwindigkeit *nicht* vertauschen. Es verwundert das Publikum sicher nicht mehr, dass diese Regelung mit Hilfe des Planckschen Wirkungsquantums vor sich geht. Im besagten Fall hängt alles am Wert \hbar geteilt durch die Masse. Ist die Masse groß, etwa die einer Münze oder auch nur eines Staubkorns, so ist der Effekt klein genug, um sich jeglicher Messung zu entziehen. Feinmechaniker können sich nicht auf Heisenberg berufen. Für Elektronen mit ihrer sehr kleinen Masse aber ist der Effekt ein gewaltiger!

Die *Heisenbergsche Vertauschungsregel*, die zu Recht *kanonisch* genannt wird, hat die ebenfalls nach Heisenberg benannte *Unschärferelation*, die auch *Unbestimmtheits-* oder *Ungewissheitsrelation* heißt, zur Folge. Im Grunde genommen handelt es sich um eine ziemlich schwache Folgerung aus den kanonischen Vertauschungsregeln, die aber für elementare Abschätzungen gut geeignet ist; denn man muss sich dabei nicht mit Matrizen, Operatoren und weiteren mathematischen Strukturen plagen. Die in ihr behauptete Unschärfe ist von genereller Natur. Sie ist nicht auf Ort und Impuls beschränkt.

Wenn gesagt wird, der Ort eines Teilchens sei unscharf, so ist gemeint, daß es keinen definierten Ort besitzt. Die Eigenschaft, an einem bestimmten Ort zu sein, kommt ihm nicht zu. Es hält sich simultan an mehreren (sagen wir ruhig an allen) Orten auf, wenn auch nicht gleichermaßen intensiv an jedem.

Ehe ich diese eigenartige und irgendwie phantastisch klingende Behauptung an ein, zwei Beispielen illustriere, sei eine Warnung vorausgeschickt. Um zu zeigen, wie sich die Umschärfe von Ort und Impuls wechselseitig bedingen, hat Heisenberg den Ort eines Elektrons mit einem (gedachten) Mikroskop zu bestimmen gesucht. Die zur Beobachtung so kleiner Längen notwendigen sehr kurzen Wellenlängen haben aber nach Einstein Photonen mit großer Energie und großem Impuls. Letzterer ist so groß, dass es das Elektron umso effektiver wegbläst, je genauer wir den Elektronenort zu lokalisieren suchen. Wegen dieses Effekts wird der Ort bestenfalls mit jener Genauigkeit bestimmbar, die Heisenbergs Unschärferelation zuläßt.

Man darf aber daraus nicht schließen, dass das Elektron tatsächlich einen Ort besitzt, wir ihn nur nicht bestimmen können. Eine solche Interpretation wäre mit der Quantentheorie unvereinbar. Sie wäre falsch!

Ich will nun versuchen, die frappierenden Unterschiede unserer Makrowelt zu der der Atome und Moleküle mit Beispielen zu versehen.

In den Jahren meiner Kindheit gab es besondere Pfannen zum Braten von Eiern. Ihr Boden war nicht glatt, sondern hatte sechs für die Eier bestimmte Mulden. Auf

den Herd gesetzt, verhindert die Schwerkraft, dass die zunächst rohen Eier aus ihrer energetisch günstigen Lage entweichen und sich beliebig vermischen. Nun, die Natur bietet uns ein Vergleichsmodell von atomaren Dimensionen an, das Molekül des Benzols. Dieses berühmte Gebilde besteht aus einem perfekten Secherring, dessen sechs Potentialmulden denen der Eierpfanne geometrisch durchaus ähnlich angeordnet sind. Aber es ist wieder nicht die Schwerkraft sondern die elektrische (Coulombsche), die die potentielle Energie der Mulden bedingt. Zu jedem Paar der sechs C- und H-Atome (C steht für Kohlenstoff, H für Wasserstoff) gehört eine der Potentialmulden.

Die Mehrheit der Elektronen, die die Ladungen der Atomkerne kompensieren, sitzen einigermaßen fest. Sie haben sich, wie man sagt, in gut lokalisierten Zuständen niedergelassen. Die sechs energiereichsten Elektronen sitzen jedoch auf klassisch unvorstellbaren Plätzen: Sie sind vollkommen gleichmäßig über alle sechs Kohlenstoff-Orte verteilt – und zwar jedes für sich! Würde man eines der Elektronen entfernen und das so entstehende Molekül im Grundzustand sein, so säßen, oh Wunder, fünf verbleibende Elektronen perfekt gleichzeitig in sechs Potentialmulden.

Wenn wir jetzt das fehlende Elektron wieder hinzufügen, was wäre zu erwarten? Nehmen wir an, wir könnten das Elektron genau in eine der Mulden platzieren. Das ist schwierig, aber die Quantenphysik verbietet solches nicht. Wir erhielten ein stark instationäres Gebilde. Im nämlichen Augenblick hätte das Elektron diesen Zustand verlassen, um sich in rasender Eile bei seinen nächsten Nachbarn, bei seinen übernächsten Nachbarn und bei der gegenüberliegenden Mulde einzufinden – freilich nur, um von hier aus den analogen Vorgang in umgekehrter Richtung einzuleiten. Es hat etwas an überschüssiger Energie, die sich in einem heftigen Hin und Her auf den zugelassenen Plätzen zu erkennen gibt. Schließlich wird durch Abgabe von Energie wieder der Grund- und damit Ruhezustand erreicht. Dies kann z.B. durch Emission eines Photons gelingen¹³.

Auch das folgende Beispiel, das Molekül des Ammoniaks, soll die Unbestimmtheit, die Unschärfe des Ortes verstehen helfen. Nebenbei gesagt: Ammoniak ist ein stechend riechendes Gas. In Wasser gelöst fehlte es in früheren Zeiten in keiner Hausapotheke um Stiche von Insekten und leichte Ohnmachtsanfälle zu behandeln. Ansonsten ist es ein Massenprodukt der chemischen Industrie mit vielen Anwendungen. Den Quantenphysikern diente das Molekül zum Bau der ersten Atomuhr.

Besagtes Molekül besteht aus drei H-Atomen und einem Stickstoffatom. Die drei Atome des Wasserstoffs bilden ein regelmäßiges Dreieck, das in einer Ebene liegt. (Ein Dreieck definiert eine Ebene im Raum.) Die Ebene teilt den Raum in zwei Teile, sagen wir in einen oberen und einen unteren Teil. In jedem der beiden Raunteile findet sich eine Potentialmulde, in der das N-Atom (N steht für

¹³Genauerer zur hier gewählten (vereinfachten Hückelschen) Näherung des Benzenmoleküls findet man in den Feynman Lectures: R. P. Feynman, R. B. Leighton, M. Sands: *The Feynman Lectures on Physics*, Addison-Wesley 1965

Stickstoff) Platz nehmen kann. Aus der offenbaren Symmetrie folgt, dass beide möglichen Plätze vollständig gleichberechtigt sind.

Nehmen wir an, unser Molekül sei im Ruhe-, also im Grundzustand. Befindet sich das N-Atom nun oben oder unten? Nun, es ist weder oben noch unten. Es sitzt auf beiden Plätzen gleichermaßen. Auch der energetisch nächste Zustand besitzt diese bemerkenswerte Eigenschaft. Die Energie (10^{-4} eV), die zu seiner Anregung aufgebracht werden muss, ist gering, jedenfalls für atomare Verhältnisse. Ihr entspricht eine Frequenz im Mikrowellenbereich von ca 24 GHz. (Heute kann man im Supermarkt Computer kaufen, deren Prozessoren mit mehr als einem GigaHertz getaktet werden.)

Und was geschieht, wenn wir das N-Atom zwingen, definiert einen der beiden Plätze, sagen wir den oberen, einzunehmen? Nun, es wird seinen Platz verlassen, um auf den unteren zu wechseln, dann wieder den oberen bevorzugen, und so weiter. Es wird ständig hin und her pendeln. Zwar sollte, klassisch gesehen, die Ebene der H-Atome eine energetisch nicht zu überwindende Barriere sein, aber das N-Atom hält sich nicht daran. Man sagt daher auch gern, das N *tunnele* durch dieses Hindernis. Wenn dieses periodische Tunneln eintritt, hat das N-Atom keine wohlbestimmte Energie. Fazit: Befindet sich unser N-Atom an einem wohlbestimmten Ort, so ist seine Energie ein wenig unbestimmt. Ist die Energie wohlbestimmt, so befindet sich das N-Atom simultan in beiden der möglichen Potentialmulden.

Ein Unterschied zum Benzolring ist die viel größere Masse des N-Atoms im Vergleich zum Elektron. Ein Stickstoffatom ist gut 25000 mal schwerer als ein Elektron. Daher geht manches etwas langsamer vor sich. Noch langsamer wird es, wenn der atomare Stickstoff durch Arsen ersetzt wird, dessen Atomkerne etwa fünfmal schwerer sind. Bei diesem Molekül braucht das Arsenatom 2 Jahre um einmal durch die Ebene der drei H-Atome von oben nach unten (oder umgekehrt) zu tunneln. Aber auch hier ist im stationären, zeitlich unveränderlichen Zustand das Arsenatom nicht lokalisiert.

Als Resümee wollen wir für Fälle, für die quantenphysikalische Betrachtungen notwendig sind, also etwa in atomaren Bereichen, uns das Folgende merken: Ein Teilchen kann sich simultan an mehreren Orten aufhalten. Ein Teilchen kann sich simultan mit verschiedenen Geschwindigkeiten bewegen, es kann gleichzeitig mehrere verschiedene Energien besitzen, und so weiter, und so fort.

Derartiges scheint unserer Alltagserfahrung krass zu widersprechen. Widerspricht es auch den Regeln der Logik? Nein! Aber davon später.

Heisenberg hat die Observablen der Quantenphysik als abstrakte, nicht vertauschende Größen beschrieben und gezeigt, wie man mit ihnen rechnen kann. Wie aus heiterem Himmel kamen dann die Schrödingerschen Arbeiten *Quantisierung als Eigenwertproblem*¹⁴ einen ganz anderen Zugang zum gleichen Problem bietend. Planck und Einstein waren begeistert, Heisenberg freilich

¹⁴E. Schrödinger, *Ann. Physik*, **79**, (1926) 361-376 und 489-527 sowie **80**, (1926) 437-490

weniger. Gibt es wirklich zwei ganz verschiedene Lösungen für die Probleme der Atomphysik. Was war geschehen?

Schrödinger hatte an de Broglie angeknüpft, der die Frage aufgeworfen hatte: Gibt es auch für Elektronen eine Vorschrift, die die Energie mit einer Frequenz, mit Schwingungen verknüpft. Louis de Broglie hatte in seiner Dissertation hierfür Formeln vorgeschlagen. Es heißt, Debye, der zusammen mit Schrödinger in Zürich war, sei an diesen Arbeiten interessiert gewesen. Er habe Schrödinger gebeten, im Seminar darüber zu berichten. Vielleicht weil besagte Arbeiten aber vielerorts mit Skepsis betrachtet wurden, hatte Schrödinger zunächst abgelehnt, sich dann aber der Autorität Debyes gebeugt. Hinzu kam, dass Einstein, de Broglie folgend, ein *wellenartiges Feld* postuliert hatte, dessen physikalische Natur, wie er schrieb *einstweilen noch dunkel ist*.

Das Resultat der Schrödingerschen Bemühungen beschreiben Planck, von Laue, Nernst, E. Warburg und Paschen 1929 wie folgt (siehe Fußnote 6):

Vor nunmehr drei Jahren lenkte sich dann seine Aufmerksamkeit auf die Idee von Louis de Broglie, daß ein mit bestimmter Geschwindigkeit bewegtes Elektron in mancher Beziehung sich ähnlich verhält wie eine Welle von bestimmter Periode und Fortpflanzungsgeschwindigkeit; und er verstand es, dieser Idee eine sehr allgemeine quantitativ formulierte Fassung zu geben durch die Aufstellung der nach ihm benannten Differentialgleichung, durch welche die bis dahin etwas mysteriöse Wellenmechanik mit einem Schlage auf eine feste Grundlage gestellt wurde. Bald darauf gelang ihm der wichtige Nachweis, daß seine Differentialgleichung in mathematischer Hinsicht äquivalent ist dem Inhalt der Relationen, mit denen Heisenberg, Born und Jordan die neue Quantenmechanik begründet haben.

Der im letzten Satz apostrophierte Nachweis findet sich in der Arbeit *Über das Verhältnis der Heisenberg-Born-Jordanschen Quantenmechanik zu der meinen*¹⁵.

Ehe ich wieder zur eigentlichen Sache komme, halte ich ein paar Nebenbemerkungen für angebracht. Schrödingers Theorie kam nach der Heisenbergschen. Aber Schrödinger hatte einen Platzvorteil: Er führte seine Physikerkollegen zurück auf bewährtes Terrain; denn seit langem, man könnte sagen seit Newton, wurden physikalische Gesetze mit Hilfe von Differentialgleichungen beschrieben. An diese Tradition konnte Schrödinger und mit ihm eine ganze Physikergeneration anknüpfen.

Freilich war Schrödingers Gleichung von einem bisher nicht untersuchten Typ. Für ein Teilchen, das keinerlei Kräften unterliegt, weshalb man es meist *frei* nennt, erinnert sie an die Wärmeleitung. In seinem 1822 erschienenen Werk *Théorie analytique de la chaleur* hatte J.B.J.de Fourier letztere Gleichung ausführlich behandelt. Nur ein kleines i , eine Wurzel aus -1 , unterscheidet sie mathematisch von der freien (und zeitabhängigen) Schrödingergleichung. Das Rechnen mit der

¹⁵E. Schrödinger, *Ann. Physik*, **79**, (1926) 734-756

Wurzel aus -1 ist nochmals hundert Jahre älter¹⁶. Es vereinfacht trigonometrische Rechnungen (implizit bei J.Bernoulli, 1702), deren Bedeutung für Landvermessungen und Navigation (“Christliche Seefahrt”) gut bekannt war. Die Bezeichnung i stammt wohl von L.Euler ($i = \text{infinitus}$ 1743, $i = \text{imaginarium}$ 1777). Der langen Rede kurzer Sinn: Es hätte schon hundert Jahre früher ein Mathematiker, seinem Spieltrieb folgend, Schrödingers Gleichung nennen und untersuchen können. Aber hätte wer auch immer behauptet, sie beschreibe den Schwerpunkt eines freien Teilchens (und sogar genauer als es die Newtonschen Gleichungen tun) – es wäre bestenfalls Anlass für ein mildes kopfschüttelndes Lächeln gewesen. Nichts, gar nichts, hätte dieser fiktive Kollege zur Rechtfertigung vorbringen können.

1926 aber wirkten Schrödingers Gleichungen wie ein Dammbruch: Plötzlich konnte man ungezählte Probleme lösen, zu denen man bis dahin einfach keinen Zugang wußte.

Und doch gab es eine Bitternis: Schrödinger hatte seine Gleichungen entdeckt und er hatte eine physikalisch unbekannte Größe, eine Funktion erfunden, die dieser Gleichung genügt. Aber er wusste nicht, was sie bedeutet. Diese Feststellung muss ein dem Physikalischen oder Technischen ferner Stehender mit Verwunderung vernehmen: Wie kann man aus einer Gleichung Schlussfolgerungen ziehen, wenn man nicht weiß, was sie beschreibt? Nun, die (zeitunabhängigen) Schrödingerschen Gleichungen sind Schwingungsgleichungen. (Daher der Name *Wellengleichung*.) Sie erlauben die Berechnung von Frequenzen, ohne dass man weiß, was da schwingt. Die Frequenzen wiederum sind dank Planckscher Konstante in Energien umrechenbar. (Ob man die Schwingungen eingespannter Saiten oder Membranen von Musikinstrumenten berechnen will oder die gefährlichen Eigenschwingungen von eingespannten Stahlkonstruktionen, Brücken usw. – es gehen nur ganz wenige Parameter in ihre Berechnung ein. Auch bei diesem ganz klassischen Problem ist das Material das da schwingt oder schwingen könnte, ziemlich irrelevant. Schrödingers Gleichung aber liegt keinerlei Material zugrunde. Für Pragmatiker mag das kein sonderliches Problem sein, für Physiker aber schon.)

Zur Deutung jener berühmten Funktion, die er mit einem griechischen Ψ symbolisierte, hat Schrödinger in fast jeder seiner Arbeiten Überlegungen angestellt. Er war aber stets kritisch genug, deren Unvollkommenheit einzugestehen. Und Heisenberg sah einfach keinen Platz in seiner Theorie für die Psi-Funktion und er schrieb an Pauli: *Je mehr ich darüber nachdenke, umso abscheulicher erscheint sie mir.*

In dieser Zeit ging alles unglaublich schnell in der Physik. Max Born hatte Schrödingers Theorie sofort zur Behandlung von Stoßvorgängen genutzt (*Zur Wellenmechanik der Stoßvorgänge*¹⁷). Worauf ihn Heisenberg beschuldigte, ins feindliche Lager übergelaufen zu sein. Doch gerade diese Arbeit war es, mit der Max Born den Rettungsanker in das verwirrende Quantenpuzzle geworfen hatte.

¹⁶A. I. Markuschewitsch: *Skizzen zur Geschichte der analytischen Funktionen*. VEB Dt. Verlag Wiss., Berlin 1955

¹⁷M. Born, *Nachr. Gesellsch. Wiss. Göttingen*, math.-phys. Klasse, (1926) 146-160

Er fand den Zusammenhang von Ψ -Funktion einerseits und von Zufall und Wahrscheinlichkeit andererseits. Nun erkannte Heisenberg, dass Schrödingers Funktion ausgezeichnet in seine Theorie passte und er zögerte nicht, damit erneut das offene Problem des Heliums anzugehen. Und alles das, und noch viel mehr, geschah im Jahre 1926.

Für Heisenberg war das Wesen der Angelegenheit mit der Bornschen Deutung geklärt, nicht aber für Schrödinger und auch nicht für Einstein. Die sich über die Jahrzehnte hinziehende Gretchenfrage der Physik lautete: *Sag, was hältst Du von der Ψ -Funktion?* Dieser Debatte will ich hier keineswegs folgen. Ich denke, dass Born das Wesen der Sache erfasst hatte, auch wenn noch viel Arbeit geleistet werden musste, damit das quantenphysikalische Schließen zu jener zwingenden Logik aufsteigen konnte, die wir von den großen Theorien der Klassischen Physik gewohnt sind.

Was fand Max Born heraus? Etwas vereinfacht das Folgende: Wenn sich zwei Atome stoßen und die Energie reicht hin, um wenigsten eines aus dem Grundzustand in einen energetisch höheren Zustand zu verbringen, so bleiben mehrere Optionen offen: Entweder ein Teil der Stoßenergie wird von einem der Atome absorbiert (unelastischer Stoß) oder alle Stoßenergie bleibt Energie der Bewegung (elastischer Stoß). Diese Entscheidung ist nicht vorbestimmt. Es ist reiner Zufall, welche Option eintritt. Der Zufall wird nur bechränkt durch die vorhersehbaren Wahrscheinlichkeiten mit denen das eine oder das andere Ereignis eintritt.

Die Quantenphysik behauptet, dass ein derartiges Verhalten typisch ist. Auf jeden Eingriff in ein physikalisches System kann es auf folgende Weise mit verschiedenen Optionen antworten:

- Es wird veranlasst in einen neuen Zustand überzugehen, der aus einer von der Art des Eingriffs abhängigen Reihe von Zuständen ausgewählt wird.
- Diese Auswahl erfolgt zufällig.
- Der Zufall wird von Wahrscheinlichkeiten regiert, die durch den Zustand des Systems vor dem Eingriff festgelegt sind.

Wenn von physikalischen Systemen die Rede ist, denkt man an Worte wie Gas, Flüssigkeit, Molekül, Atom, Elektron, Atomkern, usw. Man möchte meinen, dies alles seien physikalische Systeme. Dem ist aber nicht so. Genau genommen, und in der Quantenphysik von eigener Bedeutung, muss man etwas anders vorgehen: Was wollen wir beobachten? An welchen Eigenschaften sind wir interessiert?

Interessieren wir uns für die mechanischen, elektrischen und magnetischen Eigenschaften von Eisen? Wollen wir wissen, wie es sich aus Eisenatomen zusammensetzt, weshalb und wie seine Eigenschaften entstehen? Oder wollen wir fragen, wie die Eisenatome aufgebaut sind? Die Probleme des Atomkerne des

Eisens brächte uns die ganze Kernphysik ins Haus. Die Atomhülle wiederum tangiert eine riesige Fülle von Problemen und Erkenntnissen. Und selbst bei den Elektronen, den Konstituenten der atomaren Hüllen, sind wir nicht am Ende: Beschreiben wir sie nach Schrödinger und Pauli oder mit der genaueren aber viel schwierigeren Gleichung von Dirac? Sollen wir gar die Quantenelektrodynamik bemühen, die in einigen Fällen unabdingbar ist? Und dann, wenn wir uns schon so weit in die Tiefen des Mikrokosmos verirrt haben sollten: Auch diese Theorie ist nur Teil einer anderen, die die elektro-schwachen Wechselwirkungen beschreibt, und so geht es weiter und weiter. Wer will ernstlich behaupten es gäbe irgendwo ein Ende?

So hübsch das Verlangen auch ist, alle Eigenschaften zu erfassen; der Versuch, es zu tun, erscheint naiv. Vielleicht darf man ihn sogar unseriös nennen.

Heisenberg war von Observablen (Ort, Impuls, Energie,...) und ihren Beziehungen ausgegangen und hatte so die ihn interessierenden physikalischen Systeme charakterisiert. Bei Schrödinger werden durch seine Ψ -Funktionen die Zustände des in Rede stehenden Systems gekennzeichnet¹⁸.

Zustände und Observable bedingen sich gegenseitig: Zwei Zustände können nur dann als verschieden gelten, wenn sie durch mindestens eine Observable unterschieden werden können. Daher bestimmen andererseits die Observablen die Menge der Zustände des betrachteten Systems. Wir vergrößern das System, indem wir ihm Observable hinzufügen, die dann mehr Zustände unterscheiden können. Umgekehrt, wenn wir einen Teil der Observablen eines Systems ignorieren, erhalten wir ein Teilsystem. Dann können wir eventuell zwei (oder mehrere) Zustände nicht mehr unterscheiden. Im Teilsystem müssen diese dann als gleich angesehen werden. Die Art und Weise, wie physikalische Systeme ineinander enthalten sind, ist oft von enormer Aussagekraft.

Jetzt ist es hohe Zeit, sich nach dem Zufall und seinen Gesetzen zu erkundigen. Was Zufall ist, ob man ihn erklären kann und, noch wichtiger, ob man ihm ausweichen kann, dazu ist schon seit ehe und je viel diskutiert worden. Den Beginn der wissenschaftlichen Analyse legt man gern auf das Jahr 1654, das Jahr des Briefwechsels zwischen Fermat und Pascal und er wird B.Pascal zugeschrieben¹⁹. 1658 hat Huygens die von beiden gefundenen Methoden in dem Buch *Über die bei Glücksspielen möglichen Berechnungen* dargelegt. Er definiert noch nicht Wahrscheinlichkeiten sondern den *Erwartungswert*, den *Wert der Hoffnung*.

An Huygens knüpfte J. Bernoulli an, der das Gesetz der großen Zahlen fand und erstmalig *Wahrscheinlichkeiten* explizit definierte. Moivre veröffentlichte 1711 die Arbeit *Über das Maß des Zufalls oder über die Wahrscheinlichkeit der Resultate in Glücksspielen*. Die Frage, wie man mit dem Zufall rechnen, wie man ihn berechnen kann, war schon damals nicht auf Glücksspiele beschränkt. 1662 errechnete J.

¹⁸Die Schrödingerschen Funktionen definieren die reinen Zustände. Auf genauere Definitionen gehe ich hier nicht ein.

¹⁹Eine verblüffend geschriebene Einführung stammt von A. Renyi: *Briefe über die Wahrscheinlichkeit*. VEB Dt. Verlag Wiss., Berlin 1977.

Graunt in London die Wahrscheinlichkeit des Sterbens als Funktion des Lebensalters. In der Tat, die korrekte Behandlung zufälliger Prozesse ist für Versicherungen aller Art eine höchst wichtige und, wie wir wissen, auch höchst lukrative Angelegenheit.

Noch Anfang des 20. Jahrhunderts galt die Wahrscheinlichkeitsrechnung als mathematisch nicht gut begründet. Dieser Mangel konnte erst 1933 durch A.N.Kolmogorow (axiomatisch) beseitigt werden. Dagegen haben die oben genannten Schöpfer dieser Theorie die Wahrscheinlichkeit als einen Grundbegriff angesehen, der keiner weiteren Erläuterungen bedarf. Und auch hierin liegt sicherlich ein Körnchen Wahrheit.

In die Physik zog das Argumentieren mit dem Zufälligen durch die Arbeit *Über die Beziehungen zwischen dem zweiten Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie und der Wahrscheinlichkeitsrechnung respektive den Sätzen über das Wärmegleichgewicht* von L.Boltzmann²⁰ ein, einem der genialsten Theoretiker des 19. Jahrhunderts. Er war ein früher Vertreter der neueren Atomistik, nach der die Dinge aus ungeheuer vielen Atomen bestehen. Ihre Stöße betrachtete Boltzmann als zufällige Ereignisse. Ihre Zahl ist dabei sehr viel größer als die aller Versicherungsstatistiken und aller Glücksspiele zusammen.

Spiele, wie das Würfeln oder das Werfen einer Münze, sind gute Experimente zum Zufall²¹. Wie perfekt aber ist ein Würfel? Was ist ein guter Würfel? Diese Fragen sind ein wenig brisant: Wir wollen nicht unbedingt wissen, aus welchem Material er besteht, wie genau er den geometrische Vorstellungen von einem Würfel entspricht. Diese Dinge sind für den Hersteller von Würfeln wichtig, der ja einen hinreichend guten Würfel anbieten möchte. Der Teilnehmer an einem Würfelspiel stellt aber nicht diese physikalischen und technischen Fragen. Sie sind für ihn ganz uninteressant. Er will wissen, wie gut der Würfel den gewünschten Zweck erfüllt: Jede Zahl soll mit der gleichen Chance gewürfelt werden. Also muss man nur oft genug würfeln, um seine Güte festzustellen.

Auch hierfür gibt es Regeln. Bei hundert Würfeln sollten die Abweichungen vom Ideal (- jede Zahl kommt gleich oft vor -) nicht mehr als 10% sein. Bei 1000 Würfeln sollte die Gleichverteilung besser als 3% sein, usw. Wir können so, bei entsprechendem Aufwand, experimentell belegen, wie gut ein gegebener Würfel *mindestens* ist. Einen idealen Würfel aber gibt es nicht. Hätte jemand einen idealen Würfel zuhause in einer Schublade liegen, so wäre er doch unfähig, es zu beweisen. Man kann also guten Gewissens behaupten, dass es den idealen Würfel nicht gibt. Andererseits, hätten wir eine große Menge Würfel, so könnten durch fleißiges Würfeln die besonders guten herausgefischt werden. Ein zwar groteskes, keineswegs aber unmögliches Geschehen.

Die Sache²² wird realistischer für Kugeln, die in Kugellagern Verwendung finden.

²⁰L. Boltzmann, *Sitz. Ber. Akad. Wiss. Wien*, **76**, 1877

²¹Sie sind wesentlich leichter zu analysieren als das Rauschen der Klemmspannung an einem Ohmschen Widerstand oder ein von der Oberfläche des Meeres reflektiertes Radarsignal, um nur zwei technisch wichtige Beispiele zu nennen.

²²Das Folgende verdanke ich C. Weissmantel. Perfekt ist eine Kugel, deren Trägheitsellipsoid

Mit perfekten Kugeln können die zufälligen Abweichungen vom Soll in der Startphase von Raketen gemessen und zur späteren Kurskorrektur verwendet werden. Ein japanischer Hersteller von Kugellagern hatte ein kluges aber einfaches Verfahren entwickelt, das das Testen hunderttausender Kugeln gestattete. (Eine Art Galtonsches Brett für das elastische Springen herunterfallender Kugeln.) Einige wenige erwiesen sich als extrem perfekt und wurden für teures Geld verkauft. Eine einfache Regel zeigt sich so beim Warten auf den Zufall. Je größer die Menge der vergleichbaren Objekte ist, umso perfektere Einzelstücke darf man erwarten. Ob es möglich ist, Kugeln mit vergleichbarer Güte einzeln anzufertigen, darf bezweifelt werden.

Für den genannten Zweck ist es egal, weshalb eine solche Kugel so perfekt ist: Ist sie etwa hervorragend homogen oder gleichen sich mehrere Defekte glücklich aus? Was die besondere Perfektion ausmacht und warum sie sich gerade bei der x-ten Kugel einstellt, wird nicht geprüft.

Paradoxerweise behaupten die Physiker, dass es in ihrer Quantenwelt sehr viele Prozesse gibt, die einem absolut perfekten Würfeln äquivalent sind. Ja, sie versteigen sich gelegentlich euphorisch zu der Behauptung, dass es nur einige physikalischen Gesetze sind die den Zufall einschränken. Und alles was sie erlaubten, das könne auch eintreten, freilich, und zum Glück, mit sehr verschiedenen Wahrscheinlichkeiten.

Eine illustre Palette an Beispielen bietet die Radioaktivität. Jede einschlägische Tabelle listet leicht über 1000 instabile Kerne. Da Radium nicht mehr das ist, was es einmal war²³, betrachte ich, aus fast aktuellem Anlass, Plutonium. Kürzlich fand es die Presse eine Meldung Wert, wegen eines Fehlers in der Adressierung seien 0,8 Gramm Plutonium am falschen Institut gelandet. Ein etwas größeres Problem sind jedoch die Tonnen dieses Materials, die sich angehäuft haben, weil man derzeit nicht mehr ganz so eifrig Atombomben baut.

Angenommen es handele sich um Plutonium 239 mit einer Halbwertszeit von 24390 Jahren. So lange müssten wir mithin warten, damit aus 1 Gramm von allein 0,5 Gramm werden. Wieviel Atome Plutonium müssen pro Sekunde zerfallen, damit dieses Ziel erreicht wird? Etwa 3 Milliarden, man mag es kaum glauben.

Damit ist aber das Mirakel noch nicht zu Ende, es fängt erst an. Weshalb Radioaktivität existiert, kann man erklären. Es gibt einen Grund für die Instabilität so vieler Isotope und auch für die große Diversität ihrer Halbwertszeiten. Ein Plutoniumkern, in Sonderheit, zerfällt nicht ohne Grund! Der Zeitpunkt seines Zerfalls hingegen ist purer Zufall. Ein Kern, von dem man später sagen wird, er sei nach 5 Stunden zerfallen, er unterscheidet sich in *Nichts* von seinem Kompagnion, der erst in 10000 Jahren seine Plutoniumexistenz aufgibt. Vielleicht überlebt er sogar 100000 Jahre; denn von einer Anfangsmenge von 1 g ist nach dieser Zeit immer noch eine wägbare Menge vorhanden.

eine Kugel mit dem Schwerpunkt als Mittelpunkt ist.

²³Da gibt es einen Ort, der sich früher einmal mit dem Namen Radiumbad schmückte und dessen Besucher die anregende Wirkung der durch das Radon leicht ionisierten Luft ohne Bedenken genossen. Und was für Zeiten, als die friedliche Nutzung der Kernenergie noch als Fortschritt galt.

Alle Kerne einer Spezies sind (im Grundzustand) gleich, *identisch*, wie man in der Physik gern sagt. Ihr vorbestimmter Zerfall hat eine angebbare Ursache. Es liegen, wie schon gesagt, gute Gründe vor. Der Zeitpunkt des Zerfalls aber ist durch nichts vorprogrammiert. Hier regiert der absolute Zufall, der nur durch die in den Halbwertszeiten kodierten Wahrscheinlichkeiten eingeschränkt wird. Ja, das ist eine extreme Behauptung, die man nicht leicht akzeptiert und die doch *typisch* ist für das zufällige Verhalten beliebiger quantaler Objekte.

Es war genau diese irreduzible Rolle des Zufalls, die vielen Forschern, angeführt von Albert Einstein, Erwin Schrödinger und so manchem anderen aus unserer Zunft mißfiel und somit zu mannigfaltigen Überlegungen und Experimenten Anlaß gab mit dem Ziel, eine Lücke in der Beweisführung oder, besser, eine Widerlegung zu finden. Alles Derartige ist gescheitert. Offenbar führt kein Weg zurück zur Klassischen Physik, der Jordan ist überschritten.

Der Ausweg, den Einstein und viele andere in Erwägung zogen, war die Existenz verborgener Parameter, die, würden wir sie kennen, den genauen Zerfallszeitpunkt (oder andere quantale Zufallsereignisse) zu bestimmen erlaubten. Zusammen mit B. Podolski und N. Rosen²⁴ verfasste er die Arbeit *Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete?* Sie enthielt einen genialen und weitreichenden Gedanken: Ist es möglich, simultan an zwei verschiedenen Orten die gleiche Folge zufälliger Ereignisse zu erzeugen und zwar ohne Information von einem Ort zum anderen zu transportieren. Die Quantentheorie schließt ein solches nicht aus. Die Autoren aber glaubten, es ginge nicht. Hier aber irrten sie. Experimente zeigen, dass es geht, selbst auf Entfernungen, die nach Kilometern zählen. Und es ist gerade der durch nichts gesteuerte Zufall, der den Konflikt mit der Kausalität verhindert: Könnte man das Resultat an einem der beiden Orte im voraus bestimmen, so könnten Botschaften mit mehrfacher Überlichtgeschwindigkeit übertragen werden. Dererlei kausale Katastrophen werden nur durch die pure Zufälligkeit der korreliert an verschiedene Orten auftretenden Ereignisse verhindert! Man könnte meinen, Raum, Zeit und Kausalität haben sich mit den Quantengesetzen so arrangiert, dass es gerade noch zu einer gegenseitigen Duldung reicht: Ein Schritt weiter von jeglicher Seite und die Lage wird kritisch.

Und noch ein Kommentar. Die Rolle des Zufalls und die Gleichheit aller Elektronen, aller Wasserstoffatomen, usw. hängen logisch zusammen. Ihre Identität kann nur gewahrt sein, wenn sie alle vergangenen Ereignisse, an denen sie beteiligt waren, unverändert überstanden haben. *Es sind Objekte ohne Geschichte*. Nach jedem Zusammenstoß, jeder Verwandlung beginnt ihre Existenz neu. Keinerlei Spuren ihres früheren Daseins sind erhalten geblieben. Was war, ist vergessen.

Wenn gesagt würde, daß jeder Atemzug der heute Lebenden ein paar Moleküle des letzten Seufzers von Julius Caesar enthielte, so wäre das irreführend; denn diese Moleküle sind geschichtslos, sie besitzen keine Merkmale, die mit ihrer Vergangenheit zu begründen wären.

Die Sache wird völlig umgedreht, wenn es um makroskopische Objekte geht. Sie

²⁴A. Einstein, B. Podolski, B. Rosen, *Phys. Rev.*, **47**, (1935) 777-780

alle tragen die Merkmale ihrer Herkunft: Nicht nur dass eine wägbare Menge Plutonium die Produkte der bereits zerfallenden Atome enthält. Ihre Herstellung hat Spuren hinterlassen, die es Experten erlauben, Art und Ort der Herstellung ziemlich sicher zu deduzieren. Hochreine Stoffe zu gewinnen ist kompliziert und höchst kostspielig. Wie weit man aber den Aufwand treibt, immer sind viele Milliarden diverser Fremdatome und -moleküle enthalten. Diese Spuren sind in allen Stoffen, an allen Gegenständen, schlichtweg überall. Sie sind so vielfältig, dass man, könnte man sie tatsächlich analysieren, zum Schluß kommen könnte, alle Rätsel seien lösbar²⁵.

Kehren wir jetzt zu den Zuständen eines Quantensystems zurück. Den Zustand kennen heißt, die Reaktionen auf äußere Eingriffe absehen zu können. Das System kann zwischen verschiedenen Möglichkeiten auswählen, die von der Natur des Eingriffs abhängen. Die Auswahl zwischen ihnen geschieht zufällig, aber unter Beachtung definierter Regeln. Und mehr ist letztlich nicht zu kennen.

Die Menge aller möglichen Zustände eines Quantensystems ist sehr groß, wesentlich größer als es klassische Anschauungen erwarten lassen. Ein Beispiel für diese Behauptung liefert der Schwerpunkt eines Gebildes, der nach Newton durch Ort und Geschwindigkeit und somit durch 6 Zahlen charakterisierbar ist. In Schrödingers Theorie benötigt man aber eine Funktion, ein Kontinuum an Zahlen. Bei einigen wenigen "kleinen" Systemen gelingt es tatsächlich, das exzessive Angebot an Zuständen komplett herzustellen²⁶. Im allgemeinen ist dies aber nur sehr begrenzt möglich und dort, wo es wenigstens teilweise gelingt, meist ein Erfolg experimenteller Hochkultur.

Es gibt nicht zwei gleiche Äpfel, man kann nicht zweimal in den gleichen Fluss steigen, usw. Quantenzustände besitzen eine andere Art des verschiedenen Seins. Sie sind untereinander nicht entweder gleich oder verschieden. Sie können nur selten durch Messungen genau auseinander gehalten werden. Stellt man eine Frage, die das System zu einer von zwei Antworten zwingt, z.B. JA oder NEIN, 0 oder 1, rechts- oder linksherum, so "antworten" fast alle Zustände mit einer positiven Wahrscheinlichkeit w mit JA, bzw. mit der Wahrscheinlichkeit $1 - w$ mit NEIN. Sie weigern sich, Farbe zu bekennen und weichen aus: Vielleicht, vielleicht aber auch nicht.

Von Messungen, die nur zwei verschiedene Antworten erlauben, sagt man auch, sie testen eine Eigenschaft: *Liegt sie vor, besitzt sie der Zustand, ja oder nein?*, so wird hier gefragt. Denken wir an das N-Atom des Ammoniak im Grundzustand, so befindet es sich gleichermaßen auf beiden Seiten der Ebene der drei H-Atome. Stellen wir jetzt *experimentell* die Frage, ob es sich auf der oberen Seite befindet,

²⁵E. A. Poe zitiert in *Der Doppelmord in der Rue Morgue* einen Th. Browne: *Welches Lied die Sirenen sangen oder welchen Namen Achilles annahm, als er sich unter Weibern verborgen hielt, sind zwar schwierige Rätsel, doch nicht jeder Mutmaßung unzugänglich.*

²⁶Auch die Natur, soweit wir sie kennen, gibt sich in dieser Hinsicht zurückhaltend. Sie kommt mit einem bescheidenen Teil der theoretisch versprochenen Zustände aus. Das ist aber bei allen Theorien der Physik so. Sie bieten einen Rahmen, für das Verständnis physikalischer Vorgänge. Welterklärung gehört nicht zu ihren Versprechungen.

so sehen wir ein Dilemma entstehen: Wie soll die wahre Antwort lauten? Sie lautet wie folgt: In 50% der Fälle (also mit der Wahrscheinlichkeit $1/2$) ist die Antwort JA, in 50% der Fälle heißt sie NEIN. Auch hier regiert der Zufall. Im Augenblick einer Antwort JA, wird das N-Atom im entsprechenden Halbraum lokalisiert. Es ist in einen neuen Zustand übergegangen. Und damit wissen wir über den Zustand nach der Messung Bescheid. Seine Eigenschaften sind durch den Meßprozess neu definiert worden. Über den Zustand vor der Messung breitet sich der Mantel des Vergessens: Was vorher war, das zählt nicht mehr²⁷.

Für den Zufall ist einmal so gut wie keinmal. Wissen wir nichts über den Zustand, so kann ihn eine einmalige Messung nicht identifizieren. Erst wenn wir viele Male in der gleichen Situation die gleiche Frage stellen, werden wir etwas klüger. Und erst wenn wir viele Male in der gleichen Situation geschickt verschiedene Fragen stellen, erkennen wir die Struktur des ursprünglichen Zustands hinreichend genau.

Nun bin ich aber in Gefilde gelangt, wo es mir schwer fällt, ohne mathematische Hilfsmittel genau genug zu formulieren. Die sprachlichen Ausdrucksmittel scheinen etwas zu erlahmen, wenn wir tiefer in jene ungewohnte Welt eintauchen wollen, die Quantenphysik heißt. Trösten wir uns mit F. Kafka: *Richtiges Auffassen einer Sache und Mißverstehen der gleichen Sache schließen einander nicht vollständig aus.*

J. Bell, ein sehr scharfsinniger Kritiker der Quantenphysik hat für sie das Akronym FAPP eingeführt, "fine for all practical purposes". Kann ein Kritiker ein besseres Lob spenden? Selbst in ihren abstrakten theoretischen Zweigen ist Physik eine ziemlich praktische Sache. Die Forscher in diesem Feld glauben normalerweise nicht an die Ewigkeit ihrer Theorien. Aber ohne wirklich triftige Gründe lassen sie auch nicht von ihnen ab! Nach allem, was wir wissen, bleibt noch sehr viel zu tun bis jene Einsicht erreicht sein wird, die uns die Grenzen der Quantenphysik zu erkennen gestattet.

Ich danke Herrn Dr. B. Crell für anregende Diskussionen.

²⁷Oder es zählt *fast* nicht mehr. Die Einzelheiten regelt die mathematische Analyse.