Universität Leipzig, Institut für Theoretische Physik Prof. Dr. Gerd Rudolph

Übungsaufgaben Theoretische Mechanik

Abgabe 09.11.2012 vor der Vorlesung

10. Sei $k \in \mathbb{R}$, $\vec{a}$ ein konstanter Vektor und f eine beliebige differenzierbare Funktion. Welche der folgenden Kraftfelder besitzen ein Potential? Berechnen Sie dieses gegebenenfalls.

a) $\vec{F}(\vec{r}) = -mg\vec{e}_z$,

b) $\vec{F}(\vec{r}) = k\vec{r}$,

c) $\vec{F}(\vec{r}) = f\left(|\vec{r}|\right)\,\vec{r}$,

d) $\vec{F}(\vec{r}) = k\vec{r} \times \vec{a}$,

e) $\vec{F}(\vec{r}) = \begin{pmatrix} a_x\,x \\ a_y\,y \\ a_z\,z \end{pmatrix} \mathrm{e}^{-(a_x\,x^2 + a_y\,y^2 + a_z\,z^2)}$.

11. Diskutieren Sie die Bahnform im Keplerproblem für den Fall $E = 0$.

12. Der Lenz-Runge-Vektor einer Bahnkurve $\vec{r} = \vec{r}(t)$ ist definiert durch

$$\vec{A} = \dot{\vec{r}} \times (\vec{r} \times \dot{\vec{r}}) - \frac{k}{\mu}\,\frac{\vec{r}}{r}\,.$$

Zeigen Sie: Beschreibt $\vec{r}(t)$ die Bewegung eines Teilchens der Masse μ im Potential

$$U(\vec{r}) = -\frac{k}{r}\,,$$

dann gilt:

a) $\frac{d}{dt}\vec{A} = 0$, d. h., $\vec{A}$ ist eine Bewegungskonstante,

b) $\vec{A}$ zeigt in Richtung des Perizentrums,

c) $\vec{A} \cdot \vec{L} = 0$,

d) $\vec{A}^{\,2} = \frac{k^2}{\mu^2}\left(1 + \frac{2l^2E}{\mu k^2}\right)$.