

## Übungsaufgaben Theoretische Mechanik

Abgabe am 26.10.2012 vor der Vorlesung

4. Wir betrachten ein Bezugssystem, das in Bezug auf ein Inertialsystem mit der Winkelgeschwindigkeit  $\vec{\omega}$  rotiert.

a) Überprüfen Sie, daß der in der Vorlesung definierte Tensor  $\Omega_{ik} = \epsilon_{kil} \omega^l$  die Gleichung

$$\omega^j = -\frac{1}{2} \epsilon^{jik} \Omega_{ik}$$

erfüllt.

b) Berechnen Sie den Vektor  $\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$  und zeigen Sie, daß er senkrecht auf der Drehachse  $\vec{\omega}$  steht.

5. Ein Massepunkt  $m$  sei im Abstand  $R$  starr mit dem raumfesten Punkt  $O$  verbunden und rotiere mit konstanter Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  um diesen Punkt. Nach Unterbrechung der starren Verbindung verläßt  $m$  den Kreis in tangentialer Richtung mit  $v = R\omega$ . Vergleichen Sie die Bahnkurven, die Geschwindigkeiten und die Beschleunigungen im Inertialsystem und im rotierenden System.

6. Wir betrachten die Bewegung von 4 Ameisen auf einer Ebene. Zu Beginn befinden sich die Ameisen auf den Eckpunkten eines Quadrates der Seitenlänge  $a$ . Dann bewegen sie sich so, daß der Geschwindigkeitsvektor  $\vec{v}$  einer beliebigen Ameise zu jedem Zeitpunkt den konstanten Betrag  $v$  hat und zu der im Uhrzeigersinn benachbarten Ameise gerichtet ist. Bestimmen Sie für eine beliebig ausgewählte Ameise:

- die Gleichung der Bahnkurve in der Form  $r(\varphi)$ , wobei  $r, \varphi$  Polarkoordinaten sind,
- die Länge des zurückgelegten Weges bis zum Zusammentreffen der Ameisen,
- die Winkelgeschwindigkeit in Abhängigkeit von  $r$  oder  $\varphi$ ,
- die Zeitdauer bis zum Zusammentreffen der Ameisen.

*Hinweis:* Überlegen Sie sich zunächst, daß die Orte der 4 Ameisen zu jedem Zeitpunkt die Eckpunkte eines Quadrates bilden und die Mittelpunkte aller dieser Quadrate zusammenfallen. Wählen Sie diesen gemeinsamen Mittelpunkt als Ursprung der Polarkoordinaten  $r, \varphi$ . Zeigen Sie dann, daß die radiale Komponente (parallel zum Ortsvektor) bzw. die transversale Komponente (senkrecht dazu) des Geschwindigkeitsvektors  $\vec{v}$  der betrachteten Ameise durch  $\dot{r} = -\frac{v}{\sqrt{2}}$  bzw.  $r\dot{\varphi} = \frac{v}{\sqrt{2}}$  gegeben ist.