

Übungsaufgaben Theoretische Elektrodynamik

Abgabe am 30.05.2013 vor der Vorlesung

18. Berechnen Sie für die folgenden Anordnungen die Greensche Funktion und das Potential jeweils in dem Teil des Raumes, in dem sich die Ladung befindet.

a) Eine Punktladung Q befindet sich in der Nähe zweier zueinander senkrechter, unendlich ausgedehnter, ideal leitender, geerdeter Ebenen.

b) Eine Punktladung Q befindet sich außerhalb einer ideal leitenden, geerdeten Halbkugelschale, die durch einen ebenfalls ideal leitenden, geerdeten, ebenen Boden abgeschlossen wird.

19. Auf den Oberflächen zweier konzentrischer Kugeln mit den Radien a_1 und a_2 befinden sich die homogen verteilten Ladungen Q_1 und Q_2 .

a) Berechnen Sie die elektrostatische Feldenergie dieser Anordnung.

b) Lesen Sie daraus die Kapazitätskoeffizienten ab.

20. Wir betrachten die Laplace-Gleichung $\Delta\Phi = 0$ im R^3 .

a) Berechnen Sie den Laplace-Operator in Kugelkoordinaten.

b) Zeigen Sie, daß der Separationsansatz

$$\Phi(r, \theta, \phi) = \frac{R(r)}{r} P(\cos \theta) Q(\phi)$$

auf folgendes Gleichungssystem führt:

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dr^2} R(r) - \frac{\lambda}{r^2} R(r) &= 0, \\ \frac{d}{dx} \left((1-x^2) \frac{dP}{dx} \right) + \left(\lambda - \frac{m^2}{1-x^2} \right) P(x) &= 0, \\ Q_m(\phi) &= e^{im\phi}. \end{aligned}$$

Dabei ist $x = \cos \theta$, $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ und λ eine noch zu bestimmende Separationskonstante.

Hinweis. Verwenden Sie, daß die Funktion $Q(\phi)$ 2π -periodisch sein muß.