

Übungsaufgaben Theoretische Elektrodynamik

Abgabe am 16.05.2013 vor der Vorlesung

10. Wir betrachten den zum Feldstärketensor $f_{\mu\nu}$ dualen Tensor

$$\check{f}^{\mu\nu} = \frac{1}{2} \epsilon^{\mu\nu\rho\kappa} f_{\rho\kappa}.$$

a) Drücken Sie $\check{f}^{\mu\nu}$ durch die Komponenten von \vec{E} und \vec{B} aus. Geben Sie eine Ersetzungsregel für \vec{E} und \vec{B} an, die $f_{\mu\nu}$ in $\check{f}_{\mu\nu}$ überführt.

b) Zeigen Sie, daß die erste Gruppe der Maxwell'schen Gleichungen äquivalent ist zu

$$\partial_\mu \check{f}^{\mu\nu} = 0.$$

Hinweis: Es gilt $\epsilon_{\alpha\beta\gamma\nu}\epsilon^{\nu\mu\kappa\lambda} = \delta_\alpha^\mu\delta_\beta^\kappa\delta_\gamma^\lambda + \delta_\beta^\mu\delta_\gamma^\kappa\delta_\alpha^\lambda + \delta_\gamma^\mu\delta_\alpha^\kappa\delta_\beta^\lambda - \delta_\beta^\mu\delta_\alpha^\kappa\delta_\gamma^\lambda - \delta_\gamma^\mu\delta_\beta^\kappa\delta_\alpha^\lambda - \delta_\alpha^\mu\delta_\gamma^\kappa\delta_\beta^\lambda$.

11. Lösen Sie die relativistische Bewegungsgleichung für eine Ladung q mit der Ruhemasse m_0 unter dem Einfluß des statischen homogenen elektromagnetischen Feldes $\vec{E} = E\vec{e}_3$, $\vec{B} = B\vec{e}_3$.

Hinweis: Zeigen Sie zunächst, daß $\alpha^2 = p_1^2 + p_2^2$ eine Erhaltungsgröße ist. Drücken Sie zur Berechnung von $x^1(t)$ und $x^2(t)$ die Impulskomponenten p_1 und p_2 durch α und einen Winkel φ aus und bestimmen Sie $\varphi(t)$ aus den Bewegungsgleichungen. Bestimmen Sie schließlich $x^1(t)$ und $x^2(t)$ als Funktionen von φ .

12. Lösen Sie die relativistische Bewegungsgleichung für eine Ladung q mit der Ruhemasse m_0 unter dem Einfluß des statischen homogenen elektromagnetischen Feldes $\vec{E} = E\vec{e}_2$ und $\vec{B} = B\vec{e}_3$ mit $E = cB$.

Hinweis: Zeigen Sie, daß $\alpha := W - cp_1$ eine Erhaltungsgröße ist und benutzen Sie dies, um $p_2(t)$ implizit als Lösung einer kubischen Gleichung zu bestimmen. Drücken Sie dann die gesuchten Lösungen $x^i(t)$ durch $p_2(t)$ aus.

13. Wir betrachten den Maxwell'schen Spannungstensor T_{kl} .

a) Drücken Sie T_{kl} durch die Felder \vec{E} , \vec{D} , \vec{B} und \vec{H} aus.

b) Stellen Sie eine Bilanz für den Gesamtimpuls einer Ladungsverteilung im elektromagnetischen Feld auf und lesen Sie daraus eine physikalische Interpretation von T_{kl} ab (analog zu der auf der Vorlesung diskutierten Energiebilanz).

14. Berechnen Sie mit Hilfe des Gauß'schen Satzes die elektrische Feldstärke innerhalb und außerhalb einer homogen geladenen Vollkugel mit Gesamtladung Q und Radius R im Vakuum.