

Theoretische Physik III

Thermodynamik und statistische Mechanik

10. Übungsblatt

Aufgabe 21*: *Das Hausmeister-Rätsel* (2 Zusatzpunkte)

Ein Mann mit n Schlüsseln möchte eine Tür öffnen, indem er die Schlüssel, von denen nur einer passt, unabhängig voneinander und zufällig ausprobiert. Berechnen Sie den Mittelwert und die Varianz der Anzahl k von Versuchen, wenn nicht passende Schlüssel bei weiteren Versuchen

- a) nicht ausgeschlossen werden, (1P)
- b) ausgeschlossen werden. (1P)

Aufgabe 22*: *Petersburg Paradoxon* (2 Zusatzpunkte)

Ein Bankier wirft eine Münze, bis sie *Kopf* zeigt. Der Spieler gewinnt 2^n Münzen, wenn n -mal *Zahl* vor dem ersten *Kopf* fällt. Was ist sein wahrscheinlichster Gewinn? Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, mindestens 2^n Münzen zu gewinnen? Was ist der faire Preis für ein Spiel?

Aufgabe 23*: *Kugelvolumen und Kugeloberfläche im d -dimensionalen Raum* (4 Zusatzpunkte)

Eine d -dimensionale Kugel mit Radius r ist definiert durch

$$x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_d^2 = r^2,$$

wobei $x_i, i = 1, \dots, d$, kartesische Koordinaten bezeichnen.

- a) Berechnen Sie das Volumen und die Oberfläche dieser Kugel. (2P)
- b) Bestimmen Sie die Schichtdicke Δr , für die das Volumen der Kugelschale gleich dem Volumen der (inneren) Kugel ist. Betrachten Sie speziell den Grenzfall $d \rightarrow \infty$. (2P)

Hinweis: Betrachten Sie das Integral

$$I_d = \int_{-\infty}^{\infty} dx_1 \int_{-\infty}^{\infty} dx_2 \dots \int_{-\infty}^{\infty} dx_d e^{-(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_d^2)}.$$

* Frohe Weihnachten und einen guten Rutsch ins Neue Jahr! *

gesamt: 8 Zusatzpunkte

Abgabe: **Mi. 06.01.**, vor der Vorlesung
Die mit * gekennzeichneten Aufgaben sind Zusatzaufgaben und gehen nicht in die reguläre Wertung ein.