Universität Leipzig WS 2015/16
Institut für Theoretische Physik
Prof. Dr. K. Kroy

Theoretische Physik III
Thermodynamik und statistische Mechanik

---

7. Übungsblatt

Aufgabe 14: *Freie Energie des van-der-Waals-Gases* **(7 Punkte)**

a) Berechnen Sie aus den Zustandsgleichungen der Aufgabe 8 die freie Energie $F_{\text{vdW}}(V)$ des van-der-Waals-Gases entlang einer Isothermen bei konstanter Teilchenzahl. Skizzieren Sie den Verlauf von $p_{\text{vdW}}(V)$ und $F_{\text{vdW}}(V)$ für $T < T_{\text{c}}$ und kennzeichnen Sie die Flüssigkeits-, Gas- und Koexistenzbereiche. (2P)

b) Im Zwei-Phasen-Koexistenzgebiet, $V_{\text{fl}} \leq V \leq V_{\text{gas}}$ (V_{fl} und V_{gas} bezeichnen die Volumina an der jeweiligen Phasengrenze zum Koexistenzgebiet), ist der Verlauf von $F_{\text{vdW}}(V)$ nicht korrekt. Vielmehr setzt sich die freie Energie aus Anteilen beider Phasen zusammen,

$$F_{\text{koex}}(V) = \frac{N_{\text{fl}}(V)}{N} F_{\text{vdW}}(V_{\text{fl}}) + \frac{N_{\text{gas}}(V)}{N} F_{\text{vdW}}(V_{\text{gas}}) \,,$$

wobei $N_{\text{fl}}(V)$ und $N_{\text{gas}}(V)$ die Anzahl der Teilchen in der Flüssig- bzw. Gasphase sind und $N_{\text{gas}}(V) + N_{\text{fl}}(V) = N = \text{const}$. Bestimmen Sie $F_{\text{koex}}(V)$ für den Koexistenzbereich und zeichnen Sie diese freie Energie in die obige Skizze ein. Erläutern Sie die Bezeichnung „Hebelgesetz“ für die Ausdrücke N_{fl}/N und N_{gas}/N. (3P)

c) Zeigen Sie, dass im Koexistenzbereich

$$F_{\text{vdW}}(V) - F_{\text{koex}}(V) = p_{\text{koex}}(V - V_{\text{fl}}) - \int_{V_{\text{fl}}}^{V} \mathrm{d}V' \, p(V')$$

gilt, wobei $p_{\text{koex}} = \text{const}$ der zugehörige Druck ist. Begründen Sie, dass daraus unmittelbar $F_{\text{vdW}}(V) \geq F_{\text{koex}}(V)$ folgt, weshalb das zwei-Phasen-Gebiet stabil ist. (2P)

Hinweis: Benutzen Sie, dass im Koexistenzbereich $\mu_{\text{fl}}(T, p_{\text{koex}}) = \mu_{\text{gas}}(T, p_{\text{koex}})$ für $T < T_{\text{c}}$ gilt.

Aufgabe 15: *Skalenhypothese* **(2 Punkte)**

Der singuläre Anteil der verallgemeinerten freien Energie $\Phi(t, h)$ eines Magneten sei zweimal stetig nach seinen Argumenten differenzierbar und erfülle die verallgemeinerte Homogenitätsrelation

$$\lambda \Phi(t, h) = \Phi(\lambda^{\alpha_t} t, \lambda^{\alpha_h} h) \,,$$

wobei $t = (T - T_{\text{c}})/T_{\text{c}}$ ist und h ein externes Magnetfeld bezeichnet. Drücken Sie den kritischen Exponenten γ, der die Divergenz der Suszeptibilität für $t \to 0$ charakterisiert, durch die Exponenten α_t und α_h aus.

Hinweis: Die Magnetisierung ist gegeben durch $M = -\partial_h \Phi(t, h)$.

Aufgabe 16: *Magnet - Teil 2* **(2 Punkte)**

Leiten Sie die Exponentenbeziehung $2\beta + \gamma^{(-)} + \alpha^{(-)} = 2$ aus dem Resultat der Teilaufgabe 13b) für $T \to T_c^{(-)}$ her. Nehmen Sie dabei an, dass es sich um einen Weiß-Ferromagneten handelt. (2P)

gesamt: 11 Punkte

Abgabe: **Mi. 2.12.**, vor der Vorlesung
Die mit * gekennzeichneten Aufgaben sind Zusatzaufgaben und gehen nicht in die reguläre Wertung ein.