Universität Leipzig
Institut für Theoretische Physik
Prof. Dr. K. Kroy

WS 2015/16

Theoretische Physik III
Thermodynamik und statistische Mechanik

---

3. Übungsblatt

Aufgabe 6: *Gummiband* **(10 Punkte)**
(2 Zusatzpunkte)

Für ein Gummiband (zusammengesetzt aus flexiblen Polymeren und Zwischenmaterial) sei empirisch in einem gewissen Temperatur- und Längenbereich die folgende Kraft-Ausdehnungs-Relation (Zustandsgleichung) gefunden worden,

$$f = cT(\ell - \ell_0)\,,$$

wobei $c > 0$ eine materialspezifische Konstante ist. Betrachten Sie zunächst das Gummiband in Kontakt mit einem Wämereservoir (z.B. der Luft) und alle Prozessführungen hinreichend langsam, s.d. sie als *isotherm* behandelt werden können.

a) Zeigen Sie, dass die freie Energie $F = U - TS$ mit $\mathrm{d}F = -S\mathrm{d}T + f\mathrm{d}\ell$ analoge Eigenschaften hat wie die elastische Energie einer Hookeschen Feder. (2P)

b) Bestimmen Sie die Entropie $S(T, \ell)$ und die innere Energie $U(T, \ell)$ des Gummibandes, in Bezug auf den Punkt (T, ℓ_0). (2.5P)

c) Das Gummiband werde quasistatisch von ℓ_0 auf die Länge ℓ_1 gedehnt. Berechnen Sie die zugeführte Arbeit, sowie die Entropieänderung des Bandes. Wie ändert sich die Entropie des Wämereservoirs, das für die Temperaturkonstanz sorgt? (2.5P)

d) Isolieren Sie nun das ausgestreckte Gummiband von dem umliegenden Wärmereservoir. Erlauben Sie dem Band sich frei zusammenzuziehen, indem Sie es an beiden Enden loslassen. Ist der Prozess reversibel oder irreversibel? Ändert sich die Temperatur des Gummibandes und, falls ja, in welche Richtung? (3P)

e*) Vergleichen Sie abschließend qualitativ die Rolle von Temperatur und Wärme für die mechanischen Eigenschaften eines Gummibandes und einer Spiralfeder aus Metall. Welche qualitative Temperaturabhängigkeit erwarten Sie jeweils für die Ruhelänge $\ell_0(T)$? (2ZP)

Aufgabe 7: *Konkavität und Konvexität* **(6 Punkte)**

a) Berechnen Sie für das einatomige, ideale Gas die Entropie $S(U, V, N)$ und die innere Energie $U(S, V, N)$ in ihren natürlichen Variablen, ausgehend von den Zustandsgleichungen $U = 3Nk_\mathrm{B}T/2$ und $pV = Nk_\mathrm{B}T$. Nutzen Sie dabei die Homogenität von S aus. Skizzieren Sie S und U als Funktionen ihrer natürlichen Variablen (wobei Sie jeweils zwei konstant halten) und prüfen Sie die Kurvenverläufe auf Konkavität und Konvexität. (5P)

b) Zeigen Sie ganz allgemein anhand der thermischen Stabilität der Materie, dass $U(S, V)$ als Funktion von S konvex sein muss. (1P)

gesamt: 16 + 2 Punkte

Abgabe: **Fr. 6.11.**, vor der Vorlesung
Die mit * gekennzeichneten Aufgaben sind Zusatzaufgaben und gehen nicht in die reguläre Wertung ein.