

Theoretische Physik III

Thermodynamik und statistische Mechanik

1. Übungsblatt

Aufgabe 1*: *Zustandsgleichung eines idealen Gases* (4 Zusatzpunkte)

Für eine beliebige „ideale“ Gasmenge mit Volumen V und Druck p gilt $pV = Nk_B T$, wobei $k_B = 1.380\,649 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$ die Boltzmann-Konstante, N die Teilchenzahl und T die absolute Temperatur bezeichnen. Oft wird die Gasgleichung auf ein Mol bezogen. Dabei ist ein Mol als die Stoffmenge definiert, die genauso viele Teilchen wie 12 g des Isotops $^{12}_6\text{C}$ (die Masse eines einzelnen Atoms ist $m_{^{12}_6\text{C}} = 1.992\,663 \times 10^{-26} \text{ kg}$) enthält.

- a) Bestimmen Sie die Avogadro-Zahl aus den oben angegebenen Daten. (1ZP)
- b) Wie groß ist das Volumen, das ein Mol eines idealen Gases bei $1 \text{ atm} = 1.013\,25 \times 10^5 \text{ Pa}$ und $0^\circ\text{C} = 273.15 \text{ K}$ einnimmt? (1ZP)
- c) Der Raumausdehnungskoeffizient α und der Spannungskoeffizient β werden definiert durch

$$V(T) = V_0(1 + \alpha\Delta T) \quad \text{mit } p = \text{const},$$
$$p(T) = p_0(1 + \beta\Delta T) \quad \text{mit } V = \text{const},$$

wobei $\Delta T = T - T_0$. Welchen Wert haben diese Koeffizienten für ein ideales Gas mit konstanter Teilchenzahl? (2ZP)

Aufgabe 2*: *Potentiale, Zustandsgleichungen & Responsekoeffizienten* (5 Zusatzpunkte)

- a) Betrachten Sie ein Gas, dessen Zustandsgleichungen von der Form $pV = f(T)$ und $U = g(T)$ sind, mit stetig differenzierbaren Funktionen $f(T)$ und $g(T)$. Verwenden Sie den ersten Hauptsatz und das Carnot'sche Theorem, $dS = \delta Q/T$, um zu zeigen, dass es sich hierbei (bei konstanter Teilchenzahl N) um ein ideales Gas handelt, d.h. $pV \propto T$. (3ZP)

Hinweis: Nutzen Sie aus, dass $dS(T, V)$ ein vollständiges (totales) Differential ist.

- b) Bei konstantem Druck p bzw. Volumen V ist die Wärmekapazität definiert als

$$C_x = \left(\frac{\delta Q}{dT} \right)_x,$$

wobei $x \in \{p, V\}$ die jeweils konstant gehaltene Zustandsgröße ist. Leiten Sie folgende Relation mit Hilfe des ersten Hauptsatzes für $U = U(T, V)$ her,

$$C_p - C_V = \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + p \right] \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p$$

und werten Sie diese für ein ideales Gas aus. (2ZP)

gesamt: 9 Zusatzpunkte

Abgabe: **Mi. 21.10.**, vor der Vorlesung

Die mit * gekennzeichneten Aufgaben sind Zusatzaufgaben und gehen nicht in die reguläre Wertung ein.