
Übungen zur Quantenmechanik II
Aufgabenblatt 5

Aufgabe 13 Berechnen Sie in 1. Ordnung der Störungstheorie die Energiekorrektur des ungestörten Energieniveaus E_n mit $n = 2$ (nur für $\ell = 1; m_\ell = \pm 1; m_s = \pm 1/2$) des Wasserstoffatoms durch den Einfluß der Spin-Bahn-Kopplung mit Störungs-Hamiltonoperator

$$H_{LS} = \frac{e^2}{2m_e^2 c^2} \underline{L} \cdot \underline{S} \cdot \frac{1}{|\underline{X}|^3}.$$

(e = Elektronenladung, m_e = Elektronenmasse. \underline{L} ist der Drehimpulsoperator und \underline{S} der Spinoperator.) Ohne Energiekorrektur sind die gemeinsamen Eigenwerte von H_0 und L^2 entartet. Wie ändert sich diese Entartung unter Berücksichtigung der Energiekorrektur?

Aufgabe 14 (*Paschen-Back-Effekt*)

Ein Wasserstoffatom wird einem konstanten äusseren Magnetfeld $\underline{B} = (0, 0, B)$ ausgesetzt, von dem angenommen werden soll, dass es stark ist (im Bereich einiger Tesla). Der Störungs-Hamiltonoperator ist gegeben durch

$$H_I = \mu_B \underline{B} \cdot (\underline{L} + 2\underline{S})$$

mit $\mu_B = |e|\hbar/2m_e c$.

- (a) Mit welchen der Operatoren $J^2, L^2, S^2, J_3, L_3, S_3$ vertauscht H_I ? ($\underline{J} = \underline{L} + \underline{S}$)
- (b) Berechnen Sie in erster Ordnung der Störungstheorie die Korrekturen zu den ungestörten Energieniveaus E_n mit $n = 1$ ($\ell = 0; m_s = \pm 1/2$) und $n = 2$ ($\ell = 0, 1; m_\ell = 0, \pm 1; m_s = \pm 1/2$).
- (c) ist die Entartung des $n = 2$ Niveaus vollständig aufgehoben? (Betrachten Sie eine zusätzliche Störung vom Typ $\text{const} \cdot \underline{L} \cdot \underline{S}$.)

/...2

Aufgabe 15 Betrachten Sie ein System aus 2 freien quantenmechanischen Teilchen in einer kubischen Box mit Kantenlänge $L > 0$ unter der Annahme von Dirichlet-Randbedingungen an den Rändern der Box.

(a) (i) Berechnen Sie die Energie des Zustands niedrigster Energie des Systems für den Fall, dass die Teilchen Bosonen sind.

(ii) Berechnen Sie die Rate der Änderung dieser Energie, wenn die Länge *einer* Kante der Box (etwa der Kante in x^3 -Richtung) variiert wird. Dies gibt eine Kraft — ist sie abstoßend oder anziehend?

(b) (i) Berechnen Sie die Energie eines Zustands niedrigster Energie des Systems für den Fall, dass die Teilchen Fermionen sind (Pauli-Prinzip). Was lässt sich über die Entartung von solchen Zuständen sagen?

(ii) Wie (a,ii). Vergleichen Sie die Kräfte im bosonischen und fermionischen Fall.

Wert jeder Aufgabe = 5 Punkte

Abgabe: Am Montag, d. 15.05.2006, in der VL.