
Übungen zur Quantenmechanik II
Aufgabenblatt 11

Aufgabe 31 (Übergangswahrscheinlichkeit bei zirkular polarisierter äußerer Strahlung)
Es sei

$$\underline{E}_{\pm}(t, \underline{x}) = \text{Re} \left(E e^{i(\omega t - kx_3)} (\underline{e}_1 \pm i \underline{e}_2) \right)$$

die elektrische Feldstärke einer in \underline{e}_3 -Richtung laufenden, links(+) bzw. rechts(-) zirkular polarisierten Welle, die ein Einelektron-Atom ab $t = 0$ bestrahlt. Berechnen Sie in 1. störungstheoretischer Ordnung die Übergangswahrscheinlichkeit vom Eigenzustand ψ_a des Atomes (mit Energie E_a) zum Eigenzustand ψ_b des Atomes (mit Energie E_b) zur Zeit $t > 0$. Für welche t sind in der störungstheoretischen Approximation sinnvolle Ergebnisse zu erwarten, und für welche nicht? Nehmen Sie dabei an, dass $E_a < E_b$ und dass $\omega + \omega'_{ab}$ sehr viel grösser ist als $|\omega - \omega'_{ab}|$, mit $\omega'_{ab} = (E_b - E_a)/\hbar$. Die elektromagnetische Strahlung liege im Mikrowellen- bis optischen Bereich.

Aufgabe 32 (Wechselwirkungsbild, rotating wave approximation)

Gegeben sei ein Quantensystem mit Hilbertraum $\mathcal{H} = \mathbb{C}^2$, $\phi_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\phi_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, und Hamiltonoperator $H(t) = H_0 + H_I(t)$, wobei

$$H_0 = E_1 |\phi_1\rangle\langle\phi_1| + E_2 |\phi_2\rangle\langle\phi_2|, \quad H_I(t) = \frac{\hbar\Omega}{2} (|\phi_1\rangle\langle\phi_2| + |\phi_2\rangle\langle\phi_1|) \cos(\omega t),$$

mit $E_1 < E_2$, $\omega, \Omega > 0$.

- Berechnen Sie $H_1(t) = U_0(t)^{-1} H_I(t) U_0(t)$ ("im Wechselwirkungsbild") und $U_1(t, 0)$ in erster störungstheoretischer Ordnung.
- Es sei $\omega'_{12} = (E_2 - E_1)/\hbar > 0$ und $\omega + \omega'_{12}$ sei sehr viel grösser als $|\omega - \omega'_{12}|$. Welche Terme kann man in (a) weglassen? Modifizieren Sie $H_I(t)$ so, dass man dieses genäherte Resultat direkt in erster störungstheoretischer Ordnung erhält.

/...2

Aufgabe 33 (Umklappprozesse)

Betrachten Sie ein Spin-1/2-Teilchen (z.B. ein Neutron) mit magnetischem Moment $\underline{\mu} = \mu \underline{S}$, $\underline{S} = \frac{\hbar}{2} \underline{\sigma}$, $\underline{\sigma} = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)^T$, in einem zeitabhängigen Magnetfeld

$$\underline{B}(t) = (B \cos(\omega t), B \sin(\omega t), B_3)^T.$$

Skizzieren Sie den Verlauf von $\underline{B}(t)$. Zur Zeit $t = 0$ habe das Teilchen (Neutron) den Spin $+1/2$ in \underline{e}_3 -Richtung. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, zur Zeit $t > 0$ den Spin $-1/2$ in \underline{e}_3 -Richtung zu finden?

Hinweis: $H(t) = H_0 - \underline{B}(t) \cdot \underline{\mu}$, $H_0 = |\underline{P}|^2/2m$. Gehen Sie über zum Wechselwirkungsbild (d.h. benutzen Sie $U_1(t, 0)$).

Wert jeder Aufgabe = 5 Punkte

Abgabe: Am Montag, 03. Juli 2006 in der VL.