
Übungen zur Theoretischen Mechanik
Aufgabenblatt 9

Aufgabe 25

Ein hohler, unendlich dünner Stab rotiere waagrecht mit einer vorgegebenen (zeitabhängigen) Winkelgeschwindigkeit um den Ursprung. In dem Stab gleite reibungsfrei ein Massenpunkt.

- (i) Bestimmen Sie die Bewegungsgleichung für die Bewegung des Massenpunkts im Raum mit Hilfe des d'Alembertschen Prinzips.
- (ii) Lösen Sie die Differentialgleichung für den Fall konstanter Winkelgeschwindigkeit (verschieden von Null), wenn der Massenpunkt zur Zeit $t = 0$ im Abstand r_0 vom Ursprung auf dem Stab losgelassen wird.
- (iii) Welche anschauliche Bedeutung hat die auf den Massenpunkt wirkende Kraft? Gibt es Lösungen der Bewegungsgleichung, bei der sich der Massenpunkt nicht vom Ursprung entfernt, sondern sich dem Ursprung beliebig nähert? Wenn ja, was sind die entsprechenden Anfangsbedingungen? (Idealisieren Sie den Stab als unendliche Gerade.)

[5 Punkte]

Aufgabe 26

Ein Massenpunkt der Masse m bewege sich reibungsfrei auf der schiefen Ebene $E(t)$, die durch

$$E(t) = \{\vec{r} \in \mathbb{R}^3 : r_1 + ar_3 - \ell(t) = 0\}$$

gegeben ist, mit $a > 0$ und $\ell(t) \in \mathbb{R}$ einer vorgegebenen Funktion der Zeit t . Ein Gravitationsfeld zeige in die negative \vec{e}_3 -Richtung. (Denken Sie etwa an die Windschutzscheibe eines Autos.) Was sind die virtuellen Verrückungen für diesen Fall? Stellen Sie mit Hilfe des d'Alembertschen Prinzips die Bewegungsgleichungen für die Bewegung des Massenpunkts auf. Bestimmen Sie die Lösung für $\ell(t) = ct^3$, wobei $c > 0$ eine Konstante ist, mit den Anfangsbedingungen $r_3(0) = 0$, $r_2(0) = 0$, $\dot{r}_1(0) = 0$, $\dot{r}_2(0) = 0$. Wie weit rutscht der Massenpunkt nach unten?

[5 Punkte]

Aufgabe 27

Ein Massenpunkt der Masse m sei am Ende einer (idealisiert masselosen) Stange befestigt, die um ihren Aufhängepunkt am anderen Ende in der \vec{e}_1 - \vec{e}_3 -Ebene rotieren kann. Die Länge der Stange, d.h. der Abstand des Massenpunkts zum Aufhängepunkt, sei eine zeitabhängige Funktion $a(t)$. Auf den Massenpunkt wirke die Schwerkraft $-mg\vec{e}_3$.

- (i) Bestimmen Sie die Bewegungsgleichung des Massenpunkts nach dem d'Alembertschen Prinzip und nach den Lagrange-Gleichungen 1. Art.
- (ii) Bestimmen Sie die auf den Massenpunkt wirkende Zwangskraft.

[5 Punkte]

Abgabe: Am Mittwoch, den 12.12.2007 in der VL.