
Übungen zur Theoretischen Mechanik
Aufgabenblatt 8

Aufgabe 22

In der Vorlesung wurden, ausgehend von der Bewegungsgleichung $\ddot{\vec{r}}(t) = \vec{F}(\vec{r}(t), \dot{\vec{r}}(t))$ eines Teilchens bezgl. eines IS, die Bewegungsgleichungen für die Bahnkurve $\vec{r}'(t)$ des Teilchens bezgl. eines BS angegeben, und zwar separat für den Fall einer rein translatorischen Bewegung von BS gegen IS (ohne Drehbewegung) und für den Fall, dass sich BS gegen IS dreht und BS und IS denselben Ursprung haben (keine Verschiebung von BS gegen IS).

Ermitteln sie, ausgehend von der Bewegungsgleichung für $\vec{r}(t)$ in IS, die Bewegungsgleichung für $\vec{r}'(t)$ bezgl. eines BS, das sich in allgemeiner Form gegen IS bewegt. Erläutern Sie dabei die Bedeutung der einzelnen Terme, die in der Bewegungsgleichung auftreten.

[4 Punkte]

Aufgabe 23

Am nördlichen Breitengrad λ der Erde wird ein Gegenstand mit der Anfangsgeschwindigkeit v_0 senkrecht nach oben geworfen. Wie weit wird er am höchsten Punkt seiner Bahn – nach Westen oder nach Osten ? – abgelenkt? Berechnen Sie die Ablenkung in führender Ordnung der Winkelgeschwindigkeit ω der Erdrotation.

[6 Punkte]

Aufgabe 24

Die Erde kann als ein Rotationskörper beschrieben werden, dessen Oberfläche \mathcal{F} durch eine Gleichung $z = z(x)$ gegeben wird, wobei x der Abstand von der Drehachse in der Äquatorebene ist. Im Fall einer nicht-rotierenden Erde ist die Oberfläche eine Sphäre vom Radius R , d.h. $z(x) = \sqrt{R^2 - x^2}$.

(i) Ermitteln Sie $z = z(x)$ für die rotierende Erde unter Berücksichtigung der durch die Erdrotation hervorgerufenen Zentrifugalkraft, wobei Sie folgendermaßen vorgehen:

(a) Bestimmen Sie ein Potential U_{ges} für die Summe aus Gravitationskraft und Fliehkraft, und bestimmen Sie $z(x)$ aus der Bedingung, dass \mathcal{F} eine Äquipotentialfläche für U_{ges} sein soll. Setzen Sie dabei als Gravitationskraft diejenige an, die eine *kugelförmige* Erde bei homogener Massenverteilung hätte.

(b) Die Summe aus Gravitationskraft und Fliehkraft steht senkrecht auf \mathcal{F} . Der Ansatz für die Gravitationskraft ist wie bei (a).

(ii) Bestimmen Sie daraus die relative Erdabplattung infolge der Erdrotation, also das Verhältnis $a = (R_A - R_P)/R_A$ mit $R_A =$ Abstand von \mathcal{F} vom Erdmittelpunkt am Äquator, $R_P =$ Abstand von \mathcal{F} vom Erdmittelpunkt beim Nord- oder Südpol. Verwenden Sie $R_A = 6378\text{km}$.

Aufgrund des Ansatzes für die Gravitationskraft ist a etwa um den Faktor 2 größer als der tatsächliche Wert. Erläutern Sie qualitativ, warum. [5 Punkte]

Aufgabe 25* [Zusatzaufgabe]

(a) Ein Partikel bewege sich auf der Oberfläche eines rotierenden Kegels. Zeigen Sie dass der Betrag der Corioliskraft projiziert auf die Oberfläche nur vom Betrag (nicht von der Richtung) der Teilchengeschwindigkeit abhängt. Wie ist der Zusammenhang zwischen Corioliskraft und Öffnungswinkel des Kegels? (Die Rotationsgeschwindigkeit ist konstant.)

(b) Das Partikel bewege sich auf der Oberfläche einer rotierenden Erde (Kugel). Zeigen Sie dass der Betrag der Corioliskraft projiziert auf die Oberfläche nur vom Betrag (nicht von der Richtung) der Teilchengeschwindigkeit abhängt. Wie ist der Zusammenhang zwischen Corioliskraft und Breitengrad des Teilchens auf der Kugel. [5 Zusatzpunkte]

Abgabe: Am Mittwoch, den 5.12.2007 in der VL.