Prof. Dr. R. Verch
PD Dr. S. Fritzsche
Dr. P. Marecki

UNIVERSITÄT LEIPZIG

Inst. f. Theoretische Physik

Wintersemester 2007/08

Übungen zur Theoretischen Mechanik
Aufgabenblatt 5

Aufgabe 13 Ein Satellit bewege sich in einer Erdumlaufbahn mit minimaler Entfernung $h_{min} = 100$km und maximaler Entfernung $h_{max} = 1000$km von der Erdoberfläche. Am Punkt der minimalen Entfernung stoße der Satellit mit einem Trümmerteil zentral und inelastisch zusammen. Nehmen Sie an, dass sich das Trümmerteil unmittelbar vor dem Zusammenstoß genau mit der entgegengesetzten Geschwindigkeit des Satelliten bewegt hat (die Beträge der Geschwindigkeiten vor dem Zusammenstoß sind also gleich) und dass seine Masse ein Zehntel der Satellitenmasse betragen hat, und untersuchen Sie, ob der durch den Zusammenstoß entstandene Klumpen Weltraumschrott aus Satellit + Trümmerteil auf die Erde stürzt.

Hinweis: Von allen durch die Erdatmosphäre bedingten Effekten soll abgesehen werden. Sie können benutzen, dass das Gravitationspotential außerhalb des Erdradius durch ein Newtonsches Zentralpotential beschrieben werden kann. Wenden Sie die Erhaltungsätze für diese Situation an. Wenn zwei Körper mit Massen m_1 und m_2 und Geschwindigkeiten $\vec{v}_1$ und $\vec{v}_2 = \alpha\vec{v}_1$ ($\alpha \in \mathbb{R}$) zentral und inelastisch aufeinanderstoßen, so hat das aus den beiden Körper nach dem Stoß resultierende Gebilde die Geschwindigkeit

$$\vec{v} = \left[\frac{m_1 + \alpha m_2}{m_1 + m_2}\right] \cdot \vec{v}_1.$$

Aufgabe 14 Es sei K eine Kugel mit Radius R und kugelsymmetrischer, stetiger Massendichte $\rho(\vec{r}) = \tilde{\rho}(\|\vec{r}\|)$. Die Kugel ruhe im Ursprung eines Inertialsystems. Zeigen Sie, dass die von K auf einen Massenpunkt außerhalb der Kugel ausgeübte gravitative Kraft übereinstimmt mit der gravitativen Kraft, die eine am Ursprung ruhende Puntmasse M ausüben würde, wobei M übereinstimmt mit der Masse von K.

Aufgabe 15 Ein system aus N Massenpunkten mit Massen $m_{(1)}, \ldots, m_{(N)}$ bewege sich bei Abwesenheit äußerer Kräfte unter dem Einfluß gegenseitiger konservativer zentraler 2-Teilchenkräfte. Es seien $\vec{r}_{(1)}(t), \ldots, \vec{r}_{(N)}(t)$ die Bahnkurven der Teilchen (Lösungen der Newtonschen Bewegungsgleichungen) bezüglich eines gewählten Inertialsystems 1 (IS$_1$). Zeigen Sie: $\vec{r}'_{(1)}(t), \ldots, \vec{r}'_{(N)}(t)$ sind genau dann die Bahnkurven des Teilchensystems bzgl. eines 2. Inertialsystems (IS$_2$) wenn es eine Galilei-Transformation (s. Blatt 1, A3)

$$T_{(G,g)} : \begin{pmatrix} \vec{x} \\ t \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \vec{x}' \\ t' \end{pmatrix}$$

gibt, die die Bahnkurve $\vec{r}_{(j)}(t)$ in dei Bahnkurve $\vec{r}'_{(j)}(t)$ überführt ($j = 1, \ldots, N$).

Wert jeder Aufgabe = 5 Punkte.

Abgabe: Am Mittwoch, den 14.11.2007 in der Vorlesung.