Prof. Dr. R. Verch
PD Dr. S. Fritzsche
Dr. P. Marecki

UNIVERSITÄT LEIPZIG

Inst. f. Theoretische Physik

Wintersemester 2007/08

Übungen zur Theoretischen Mechanik
Aufgabenblatt 2

Aufgabe 1 Eine Ellipse wird durch

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} a\cos(\omega t) \\ b\sin(\omega t) \end{pmatrix}$$

parametrisiert. Berechnen Sie den (zeitabhängigen) Geschwindigkeitsvektor $\dot{\vec{r}}(t)$ und den Beschleunigungsvektor $\ddot{\vec{r}}(t)$. Eine Planetenbahn wird bekanntlich auch durch eine Ellipse gegeben:

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} a\cos[\varphi(t)] - a \cdot e \\ b\sin[\varphi(t)] \end{pmatrix},$$

wobei der Winkel φ eine Funktion der Zeit t ist und wird implizit durch

$$\varphi(t) - e\sin[\varphi(t)] = t$$

gegeben. Berechnen Sie $\dot{\vec{r}}(t)$ und $\ddot{\vec{r}}(t)$. Zeigen Sie zusätzlich, dass bei $\varphi = 45^o$ der Beschleunigungsvertor auf einen der Brennpunkte der Ellipse zeigt.

Aufgabe 2 Ein Hagelkorn (ein Eiskugel von $R = 1cm$ Radius) fällt aus $1km$ Höhe. Das Korn wird durch die Gravitationskraft beschleunigt und durch die (Newtonsche-) Reibung

$$\vec{F} = -\tfrac{1}{2} C_W \, \pi R^2 \, \varrho_L \cdot \dot{\vec{r}} \, |\dot{\vec{r}}|$$

gebremst, wobei ϱ_L die Luftdichte und $C_W \approx 0.5$ der Strömungswiderstandskoeffizient bezeichnen. Stellen Sie die Newtonsche Bewegungsgleichung mit der Anfangsbedingung, dass das Korn bei $t = 0$ ruht, auf. Lösen Sie diese Gleichung und bestimmen die Geschwindigkeit mit der das Hagelkorn auf der Erde auftrifft. (Sie dürfen eine asymptotische Form der Bahnkurve zur Bestimmung der Flugzeit benutzen). Diskutieren Sie, was bei einer Variation des Kornradius R passiert.

Aufgabe 3 Ein geladenes Teilchen (mit der Ladung q) bewegt sich in der $x-y$ Ebene in einem zu der Ebene senkrechten Magnetfeld B. Stellen Sie in den Fällen:

- $B = const = B_0$,
- $B = B_0 \cdot R/\sqrt{x^2+y^2}$,

wobei B_0 und R Konstanten bezeichnen, die Newtonsche Gleichungen auf und lösen Sie diese.

Hinweis: Im zweiten Fall zeigen Sie zunächst, dass die Größen: u^2 und J, definiert durch

$$u^2 = \dot{x}^2 + \dot{y}^2,$$
$$J = x\dot{y} - y\dot{x} - qB_0R\sqrt{x^2+y^2},$$

von der Zeit unabhängig sind und beschränken Sie sich (falls nötig) auf den Fall $J = 0$.

Wert jeder Aufgabe = 5 Punkte.

Abgabe: Am Mittwoch, den 24.10.2007 in der Vorlesung.