
Übungen zur Quantenmechanik Sonderblatt 1 - zusammengesetzte Fermionen

In den Sonderblättern wird die Coulomb-Wechselwirkung von sich in einem homogenen Magnetfeld befindenden Elektronen untersucht. Die Aufgaben basieren auf dem Artikel von R. B. Laughlin "Quantized motion of three two-dimensional electrons in a strong magnetic field", Phys. Rev. B27, 3383 (1983), in dem eine Erklärung des gebrochenen Quanten-Hall-Effekts gegeben wurde. Diese Arbeit wird als [L83] zitiert. Die Aufgaben erweitern die Diskussion des Landau-Problems (Aufgabenblatt 7).

Aufgabe S1. Freie Elektronen im Magnetfeld

Die von Laughlin verwendete Lösungen der Schrödingergleichung, $|m, n\rangle$ (Formel (3) im [L83]), sind einfach im Form, aber nicht offensichtlich äquivalent zu den von a^* und b^* erzeugten Vektoren (Aufgabe 19(b)). Bestimmen Sie den Zusammenhang zwischen den beiden Systemen von Eigenfunktionen, und verifizieren Sie die von Laughlin angegebene Eigenschaften von $|m, n\rangle$ (Energie, Drehimpuls).

Aufgabe S2. Matrixelemente von r^2 und r^{-1}

Bestimmen Sie die Matrixelemente von r^2 und r^{-1} zwischen Zustände im niedrigsten Landau-Niveau ($H|m\rangle = \frac{1}{2}|m\rangle$). Die Diagonalelemente gibt Laughlin in den Gl. (5) und (6) seiner Arbeit.

Aufgabe S3. Zwei wechselwirkende Elektronen

Es soll die Coulomb-Wechselwirkung von zwei sich im homogenen Magnetfeld befindenden Elektronen untersucht. Verifizieren Sie die Separation des Problems (Gl (8)→(10) in [L83]). Wie sieht der der Schwerpunktbewegung entsprechende Anteil des Hamiltonoperators? Wie sollen die von Laughlin nach Gleichung (14) diskutierte Zustände interpretiert werden (bewegen sich etwa die Elektron-Paaren als Ganze? Leiten sie elektrischen Strom?)?

Aufgabe S4. Bindung zweier Elektronen

Verwenden Sie die Methoden der Störungstheorie¹ um den Grundzustand der relativen Bewegung (und seine Energie), Gleichung (12) in [L83], approximativ zu bestimmen.

Die Aufgaben werden in den Übungen besprochen.

¹Sie können, natürlich, auch andere, z.B. Variations-, Methoden benutzen. Siehe z.B. Weihnachtsblatt QM1, Wintersemester 2008.