
Übungen zur Quantenmechanik Aufgabenblatt 8

Aufgabe 20. Quantenteilchen mit Spin und Bahndrehimpuls¹.

Die Zustände eines Quantenteilchens mit Spin $S = \frac{1}{2}$ und Bahndrehimpuls $L = 1$ lassen sich in der Tensor-Produkt-Basis:

$$|\psi\rangle = \sum_{m,s} c_{m,s} |Lm\rangle \otimes |Ss\rangle$$

darstellen, wobei $|Lm\rangle$ die Eigenfunktionen von L^2 und L_z (jeweils zu den Eigenwerten $L(L+1)$ und m), und $|Ss\rangle$ die Eigenfunktionen von S^2 und S_z (zu den Eigenwerten $3/4$ und s) sind.

- Drücken Sie die Eigenzustände des Gesamtdrehimpulses $|JM\rangle$ (d.h. Eigenvektoren von $J^2 = (L + S)^2$ und von $J_z = L_z + S_z$ zu den Eigenwerten $J(J+1)$ und M) als Überlagerung der Tensorproduktzustände aus (Clebsch-Gordan Problem). Betrachten Sie die beiden Fälle ($J = \frac{3}{2}$ und $J = \frac{1}{2}$).

- Untersuchen Sie den Operator

$$H_{LS} = 2\vec{L} \cdot \vec{S}$$

in der $|JM\rangle$ Basis. Bestimmen Sie das Spektrum, die Eigenvektoren, und charakterisieren Sie die Entartung.

- Wiederholen Sie die Schritte für

$$H_M = L_z + 2S_z,$$

am besten in der Basis $|Lm\rangle \otimes |Ss\rangle$.

- Es sei jetzt

$$H = \alpha H_{LS} + \beta H_M.$$

Untersuchen Sie störungstheoretisch (so weit wie möglich) die beiden Grenzfälle:

(a) $\beta \ll \alpha$, (b) $\alpha \ll \beta$.

¹Diese Aufgabe wird von einem Korrektor überprüft.

Aufgabe 21. Entartung die im 1. Ordnung *nicht* aufgehoben wird
Wie in der Aufgabe 17 untersucht wird ein Quantensystem mit

$$H_0 = E \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

aber diesmal mit gestört durch

$$H' = \lambda \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Finden Sie störungstheoretisch (so weit wie möglich) die gestörten Energien (alle drei) und die zugehörigen Zustände.

Abgabe: Am Freitag, den 11.12.2009 in der Vorlesung.