

---

Übungen zur Quantenmechanik  
Aufgabenblatt 2

---

**Aufgabe 4. Einfache fermionische Systeme**

Es sei ein Potential gegeben, in dem die 1-Teilchen Schrödinger-Gleichung nur drei gebundene Zustände, deren Wellenfunktionen wir mit  $\psi_0(x), \psi_1(x), \psi_2(x)$  bezeichnen, zulässt. Die Energien der Zustände,  $E_0 < E_1 < E_2$ , seien *zweifach* entartet (etwa durch Spin-Freiheitsgrad). Konstruieren Sie die (antisymmetrisierten) 3-Teilchen Wellenfunktionen der gebundenen Zustände niedrigsten und höchsten Energie.

**Aufgabe 5. Verschränkte Zustände**

Betrachten Sie den Zustand eines zwei-Elektron-Systems,

$$\psi = \frac{|0\rangle \otimes |1\rangle - |1\rangle \otimes |0\rangle}{\sqrt{2}}, \quad (1)$$

wobei  $|n\rangle$  (bestimmte) orthonormale 1-Teilchen Wellenfunktionen bezeichnen. Zeigen Sie, dass dieser Zustand nicht in ein Produkt der Form

$$\psi = (a|0\rangle + b|1\rangle) \otimes (c|0\rangle + d|1\rangle) \quad (2)$$

zerlegt werden kann (die Zahlen  $a, b, c, d$  dürfen beliebige komplexe Zahlen sein).

**Aufgabe 6. Wellenpakete von zwei Elektronen**

Es seien  $f(x), g(x)$  zwei beliebige, reelle und positive 1-Teilchen Wellenfunktionen. Normieren Sie das zwei-Elektron-Wellenpaket

$$\psi_{12}(x, y) = N[f(x)g(y) - f(y)g(x)], \quad (3)$$

(d.h. drucken Sie  $N$  als Funktion des Skalarproduktes  $(f, g)$  aus.) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür einen (von den beiden) Elektron an der Stelle  $x$  zu finden:

$$W(x) = \int_{-\infty}^{\infty} |\psi_{12}(x, y)|^2 dy. \quad (4)$$

Skizzieren Sie  $W(x)$  im Fall  $f(x) = \exp[-x^2], g(x) = f(x + d)$  für verschiedene Abstände  $d$ . Vergleichen Sie dieses Bild mit bosonisches Analogon (symmetrierte  $\psi_{12}(x, y)$ ).

**Abgabe: Am Donnerstag, den 29.10.2009 in der Vorlesung.**