

---

Übungen zur Quantenmechanik  
Aufgabenblatt 11

---

**Aufgabe 28. Rabi-Oszillationen; Rotating-Wave-Näherung**<sup>1</sup>

Betrachtet soll wieder ein stark vereinfachtes System mit dem Hamiltonoperator  $H = H_0 + V$ ,

$$H_0 = \frac{\hbar\omega_0}{2}\sigma_3, \quad V = \lambda\sigma_1 \sin(\omega t),$$

das die Übergänge zwischen zwei Energieniveaus eines Atoms ( $E_2 - E_1 = \hbar\omega_0$ ), die durch Wechselwirkung mit einer Elektromagnetischen Welle der Frequenz  $\omega$  verursacht werden, modellieren soll. Im Gegenteil zu den bisherigen Aufgaben wird  $\omega_0 = \omega$  hier nicht angenommen.

Finden Sie die Form der  $V_I$  (Störungsoperator im Wechselwirkungsbild), und bestimmen Sie das Differentialgleichungssystem aus dem die Zeitabhängigkeit der Funktionen  $a(t)$  und  $b(t)$ , die die Wellenfunktion im Wechselwirkungsbild durch

$$\psi_I(t) = \begin{pmatrix} a(t) \\ b(t) \end{pmatrix}$$

parametrisieren, gewonnen werden kann. Finden Sie die Lösung dieses Systems mit der Anfangsbedingung  $a(0) = 0$ ,  $b(0) = 1$  (zu  $t = 0$  befindet sich das System im Grundzustand). Nutzen Sie dazu die sog. "Rotating-Wave-Näherung", in dem alle Glieder die mit der Frequenz  $\omega_0 + \omega$  oszillieren vernachlässigt werden (Glieder, die mit Frequenz  $\omega_0 - \omega$  oszillieren bleiben in der Betrachtung).

Zeigen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, das das System zu  $t = T$  immer noch sich im Grundzustand befindet oszilliert mit der Zeit  $T$ . Bestimmen Sie die Frequenz und Amplitude dieser Oszillation, und überlegen Sie welche Konsequenzen diese Ergebnisse für die quantenmechanische Absorption der elektromagnetischen Strahlung haben.

**Aufgabe 29. "Verbotene" Übergänge.**

In der Betrachtung der Wechselwirkung der Atomen mit elektromagnetischen Wellen wird die Taylor-Entwicklung verwendet:

$$\cos(\omega t - k_i x^i) = \cos(\omega t) + k_i x^i \sin(\omega t) + O((k_i x^i)^2),$$

wobei das erste Glied (Dipol-Näherung) wegen  $k_i x^i \ll 1$  oft dominierend ist. Bei Übergängen zwischen einigen Zuständen ist aber der Beitrag der Dipol-Näherung identisch Null. In solchen ("verbotenen") Übergänge kann der zweite Glied eine dominierende Rolle übernehmen. Betrachten Sie die in der Aufgabe 26 untersuchte Situation (noch, zusätzlich, mit  $\ell = 2$ ), und bestimmen Sie welche "dipol-verbotene" Übergänge durch den zweiten Glied der Taylor-Entwicklung ermöglicht werden.

**Abgabe: Am Freitag, den 22.01.2010 in der Vorlesung.**

---

<sup>1</sup>Diese Aufgabe wird von einem Korrektor überprüft.