Prof. Dr. R. Verch
Dipl. Phys. D. Rings, Dipl. Phys. S. Sturm

UNIVERSITÄT LEIPZIG
Institut für theoretische Physik
Wintersemester 2009/10

Übungen zur Quantenmechanik (B.Sc. Physik Modul TP3)
Aufgabenblatt 4

Aufgabe 10 (wird korrigiert, Wert 6 Punkte) Es seien 2 Präpariereinrichtungen gegeben, die Ein-Teilchen-Systeme herstellen, welche jeweils normierten Lösungen $\psi_1(t, \vec{x}_1)$ und $\psi(t, \vec{x}_2)$ der Schrödingergleichung mit den Potentialen $U_1(\vec{x}_1)$ bzw. $U_2(\vec{x}_2)$ entsprechen. Die beiden Präpariereinrichtungen werden zu einer Präpariereinrichtung kombiniert, die in jedem Einzelexperiment 2 Teilchen herstellt.

- Im Falle unterscheidbarer Teilchen: Der kombinierte Zwei-Teilchen-Zustand entspricht der Wellenfunktion $\psi(t, \vec{x}_1, \vec{x}_2) = \psi_1(t, \vec{x}_1)\psi_2(t, \vec{x}_2)$. Welcher Schrödingergleichung genügt $\psi(t, \vec{x}_1, \vec{x}_2)$? Wechselwirken die Teilchen untereinander? Faktorisiert die Aufenthaltswahrscheinlichkeit der Teilchen, d.h., gilt $W_t(G_1 \times G_2) = W_1^{(1)}(G_1)W_t^{(2)}(G_2)$ für Gebiete $G_{1,2} \subset \mathbb{R}^3$?

- Welcher Wellenfunktion entspricht der kombinierte Zwei-Teilchen-Zustand im Fall unterscheidbarer Teilchen, d.h. Bosonen oder Fermionen? Zeigen Sie, dass in diesem Fall die Aufenthaltswahrscheinlichkeiten im Allgemeinen korreliert sind, d.h.

$$W_t(G_1 \times G_2) \neq W_t^{(1)}(G_1)W_t^{(2)}(G_2).$$

Aufgabe 11 Eine Präpariereinrichtung stelle einen Ein-Elektronen-Zustand her, der einer normierten Lösung $\psi(t, \vec{x})$ der Schrödingergleichung mit orts- und zeitabhängigem Potential $U(t, \vec{x})$ entspricht, mit Anfangszustand $\psi(t = 0, \vec{x}) = \psi_0(\vec{x})$. Beschreiben Sie analog zur Vorlesung ein idealisiertes Experiment, in dem die Bornsche Wahrscheinlichkeitsinterpretation von $\psi(t, \vec{x})$ erläutert wird. Das Potential $U(t, \vec{x})$ kann dabei für den Einfluss eines "Targets" stehen. Achten Sie bei Ihrer Erläuterung auf die Zeitabhängigkeit des Potentials. *Hinweis:* Verwenden Sie eine Skizze und erläutern Sie möglichst in Stichpunkten. Die Bearbeitung der Aufgabe sollte eine Länge von ca. $1,5$ Seiten nicht überschreiten.

Aufgabe 12 Es sei $\psi(t, \vec{x})$ eine normierte Lösung der Schrödingergleichung, für die Ort und Impuls die Mittelwerte und Schwankungsquadrate $\vec{x}_0(t)$, $\rho^2(t)$ bzw. $\vec{p}_0(t)$, $\sigma^2(t)$ haben. Berechnen Sie die entsprechenden Größen für die Wellenfunktion

$$\phi(t, x) = N e^{-i\vec{p}_0(t)\cdot\vec{x}/\hbar}\psi(\vec{x} + \vec{x}_0(t)).$$

Wie muss N gewählt werden, damit ϕ normiert ist?
Abgabe: Am Mittwoch, 11. Nov. 2009, in der VL.