
Übungen zur Quantenmechanik
Sonderblatt - Weihnachtsaufgabe 1

Neutron im Gravitationsfeld

Ein Neutron befindet sich im homogenen Gravitationsfeld über einer ideal elastisch reflektierenden Ebene, d.h. $V = mgz$ mit der Randbedingung $\psi(z)|_{z=0} = 0$. Führen Sie eine dimensionslose Koordinate x ein, so dass die Schrödingergleichung zu

$$E\psi = -\psi'' + x\psi$$

vereinfacht wird. Verwenden Sie die Versuchsfunktion

$$\psi_a = Nxe^{-ax}$$

um die Grundzustandsenergie abzuschätzen. (Eine bessere Abschätzung erhält man für die Versuchsfunktion $Nxe^{-ax^{3/2}}$.) Skizzieren Sie die Versuchsfunktion für den optimalen Wert von "a". Diskutieren Sie die Ergebnisse (z.B. wie hoch gleitet das Neutron über den Spiegel). Lösen Sie das Problem exakt! (*Hinweis: Die Airy-Funktion hat seine erste Nullstelle bei $x = -2.3381$.*)

Bemerkung: Die in der Aufgabe betrachtete Situation wurde in einem Experiment untersucht, siehe: <http://arxiv.org/abs/hep-ph/0306198>