

---

Übungen zur Quantenmechanik  
Aufgabenblatt 10 v.2

---

**Aufgabe 30**

Normieren Sie die Vektoren

$$\psi_{jm} = N(J_+)^k \psi_{j-j}, \quad (1)$$

wobei

$$J^2 \psi_{jm} = j(j+1) \psi_{jm}, \quad J_3 \psi_{jm} = m \psi_{jm}. \quad (2)$$

(s. Aufgabe 26).

**Aufgabe 31**

Bestimmen Sie die Matrixelemente der Operatoren  $J_1, J_3$  bzgl.  $\psi_{jm}$ , d.h. berechnen Sie die Skalarprodukte

$$(\psi_{jm}, J_k \psi_{jm'}) \quad (3)$$

für  $k = 1, 3, j = 2, m, m' = 2, 1, 0$ .

**Aufgabe 32**

Berechnen Sie die Matrixelemente des Ortsoperators, d.h. die Skalarprodukte

$$\vec{R} = (\psi, \vec{x} \chi) \quad (4)$$

wobei  $\psi$  und  $\chi$  Wellenfunktionen des H-Atoms bezeichnen

$$\psi = R_{10}(r)Y_{00}(\theta, \varphi), \quad \chi = R_{21}(r)Y_{1m}(\theta, \varphi) \quad (5)$$

für  $m = 1, 0$ . Lassen sich die (vielleicht Teil-) Ergebnisse auch zur Bestimmung der Matrixelemente des Impulsoperators anwenden?

Radiale Funktionen des H-Atoms zu  $n = 1, 2, 3$ :

$$\hat{R}_{10} = 2e^{-x}, \quad (6)$$

$$\hat{R}_{20} = \frac{2-x}{2\sqrt{2}} e^{-x/2}, \quad \hat{R}_{21} = \frac{x}{2\sqrt{6}} e^{-x/2}, \quad (7)$$

$$\hat{R}_{30} = \frac{2(1 - \frac{2x}{3} + \frac{2x^2}{27})}{3\sqrt{3}} e^{-x/3}, \quad (8)$$

$$\hat{R}_{31} = \frac{8x(1 - \frac{x}{6})}{27\sqrt{6}} e^{-x/3}, \quad \hat{R}_{32} = \frac{4x^2}{81\sqrt{30}} e^{-x/3}, \quad (9)$$

wobei  $x = r/a$ ,  $R_{nl} = \hat{R}_{nl} \cdot a^{-3/2}$ .

**Abgabe: Am Donnerstag, den 15.1.2009 in der Vorlesung.**