Prof. Dr. K. Sibold
Dr. P. Marecki

Wintersemester 2008/09

UNIVERSITÄT LEIPZIG

Inst. f. Theoretische Physik

Übungen zur Quantenmechanik
Aufgabenblatt 7

Aufgabe 19
Berechnen Sie die Kommutatoren

$$[a,(a^*)^n], \qquad [a, e^{\lambda a^*}], \tag{1}$$

wobei $\lambda \in \mathbb{C}$. Normieren Sie weiterhin die Zustände

$$\psi_n = \text{const } (a^*)^n \psi_0. \tag{2}$$

Was sind die Energien dieser Zustände? Zeigen Sie ferner, dass die Relationen

$$a\psi_n = \sqrt{n}\psi_{n-1} \tag{3}$$
$$a^*\psi_{n-1} = \sqrt{n}\psi_n, \tag{4}$$

erfüllt sind. Unter Annahme, dass es keine Streuzustände gibt, schließen Sie, dass $\{\psi_n\}$ eine vollständige Orthonormalbasis der Hilbertraum bildet.

Aufgabe 20
Berechnen Sie die Erwartungswerte[1] der Operatoren: x, x^2, p, p^2 bezüglich ψ_n sowie die Matrixelemente dieser Operatoren zwischen ψ_n und ψ_{n+1} (d.h. z.B. $(\psi_n, x\,\psi_{n+1})$).

Aufgabe 21 [Theorieaufgabe]
Geben sie die Zeitentwicklung des Zustands ψ, der zu $t=0$ durch

$$\psi(t=0) = \frac{\psi_0 + \psi_1}{\sqrt{2}} \tag{5}$$

definiert ist. Bestimmen Sie die Zeitentwicklung der Erwartungswerte von x und p bzgl. $\psi(t)$, und diskutieren Sie in diesem Zusammenhang das Ehrenfest-Theorem (s. z.B. Wikipedia).

Abgabe: Am Donnerstag, den 4.12.2008 in der Vorlesung.

[1] Verwenden Sie die dimensionslosen x und p.