
Übungen zur Quantenmechanik
Aufgabenblatt 3

Aufgabe 7

Betrachten Sie die ersten zwei Bindungszustände eines Teilches im unendlichen Potentialtopf der Breite $2a$ ($x \in [-a, a]$):

$$\psi_1 = \frac{1}{\sqrt{a}} \cos\left(\frac{\pi x}{2a}\right), \quad (1)$$

$$\psi_2 = \frac{1}{\sqrt{a}} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \quad (2)$$

sowie die Superposition

$$\psi_\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}[\psi_1 + \exp(i\alpha)\psi_2]. \quad (3)$$

Berechnen Sie die Erwartungswerte des Orts-Operators (x) in allen diesen Zustände. Skizzieren Sie die Wahrscheinlichkeitsdichte der Superposition, $|\psi_\alpha(x)|^2$, für den Fall des höchsten Erwartungswerts des Orts-Operators.

Berechnen Sie auch die Erwartungswerte von x^2 (die Schwankung) und ermitteln Sie den Wert des quantenmechanischen Wahrscheinlichkeitstroms

$$J(x) = \frac{i\hbar}{2m}[\bar{\psi}'\psi - \bar{\psi}\psi']$$

an der Stelle $x = 0$.

Aufgabe 8

Sei ein Elektron in einem von zwei Atomen erzeugten Potential gebunden. Die Wechselwirkung des Elektrons mit den Atomkernen wird durch das Deltafunktion-Potential beschrieben:

$$V(x) = -g\delta(x + R) - g\delta(x - R)$$

Wie viele Bindungszustände gibt es für verschiedene Werte von g ? Wie ändert sich die Energie der Bindungszustände mit der Variation des Abstands R ?

Aufgabe 9

Ein quantenmechanisches Teilchen bewege sich auf der reellen Achse unter dem Einfluss des Potentials

$$V(x) = \begin{cases} -V_0 & \text{für } |x| < d/2 \\ 0 & \text{sonst,} \end{cases} \quad (4)$$

wobei d und V_0 positive Konstanten bezeichnen. Betrachten Sie eine von rechts mit der Energie $E > 0$ einlaufende Welle und berechnen Sie die Reflexions- und Transmissionskoeffizienten $R(E)$ und $T(E)$. Zeigen Sie, dass es eine Folge von Energien E_n gibt, für die $|T(E)| = 1$ gilt ("Transmissionsresonanzen"), während $R(E) \neq 0$ für alle andere Energien gilt. Skizzieren/plotten Sie $|T(E)|^2$.

Optionaller Hinweis: Die Situation lässt betrachten als eine Reihe von Reflexionen an einfachen Potentialsprüngen.

Abgabe: Am Donnerstag, den 6.11.2007 in der Vorlesung.