Prof. Dr. R. Verch
Falk Lindner

UNIVERSITÄT LEIPZIG

Inst. f. Theoretische Physik

Sommersemester 2009

Übungsaufgaben Kosmologie – Blatt 6

---

14. Beziehung zwischen d_L, z und q

In der VL wurde in Abschn. (IV.3) die Helligkeitsabstands-Rotverschiebungs-Relation in FLRW-Raumzeiten,

$$z = H(\tau_1(b))d_L + O(\Delta\tau^2)$$

als Näherung bis zu Termen linear in $\Delta\tau = \tau_1(b) - \tau_1(a)$ angegeben. Zeigen Sie: Wenn Terme bis zur quadratischen Ordnung in $\Delta\tau$ berücksichtigt werden, erhält man

$$d_L = \frac{z}{H_0}(1 - \frac{1}{2}(1 + q_0)) + O(\Delta\tau^3)\,,$$

mit $H_0 = H(\tau_1(b))$ und $q_0 = q(\tau_1(b))$, wobei $q(\tau)$ der Abbremsparameter zur kosmologischen Zeit τ ist.

15. Zustandsgleichung für Strahlung

Zeigen Sie, dass eine ideale Flüssigkeit (bzw. ein ideales Gas) aus masselosen Teilchen im Gleichgewicht die Zustandsgleichung

$$p = \varrho/3$$

erfüllt.

Hinweis: Leiten Sie erst eine Zustandsgleichung für relativistische massive Teilchen ab (im Minkowskiraum) und betrachten Sie dann den Limes, in dem die Ruhemasse gegen Null geht. Ziehen Sie Literatur zu Rate, z.B. Schutz: A First Course in General Relativity; Becker: Theorie der Wärme; Dodelson: Modern Cosmology. Wichtig wäre, ein Argument zu geben, das sowohl einsichtig wie auch gründlich ist.

16. Friedmann-Gleichungen, encore

Eine Materieform erfülle die Zustandsgleichung $p = K\varrho^\alpha$ mit reeller Konstante K und $\alpha > 0$. Schreiben Sie die Friedmann-Gleichungen um in eine Differentialgleichung für den Dichteparameter $\Omega(\tau)$.