
Übungsaufgaben Kosmologie – Blatt 5

11. Divergenzfreiheit

Zeigen Sie, dass für eine ideale Flüssigkeit auf einer FLRW Raumzeit aus der Divergenzfreiheit des Energie-Impuls-Tensors,

$$\nabla_{\mu}(g^{\mu\nu}T_{\nu\sigma}) = 0,$$

die Gleichung

$$\frac{d}{d\tau}(\rho a^3) + p \frac{d}{d\tau}(a^3) = 0$$

folgt.

12. Materiemix

Betrachten Sie eine Materieform auf einer FLRW Raumzeit, deren Energiedichte für eine gewisse Zeitspanne $\tau_0 < \tau < \tau_1$ ungefähr zur einen Hälfte aus Staub und zur anderen Hälfte aus Strahlung besteht, wobei von einer Wechselwirkung zwischen beiden abgesehen wird. Wie lautet die aus den Friedmann-Gleichungen resultierende Differentialgleichung für $a(\tau)$?

Ist es realistisch anzunehmen, dass die Energiedichte zu allen Zeiten zur Hälfte aus Staub und zur Hälfte aus Strahlung besteht?

13. Raumzeitbilder

Eine FLRW Raumzeit mit $k = 0$ habe einen Skalenfaktor

$$a(\tau) = \gamma\tau^{4/5}, \quad \tau > 0,$$

dabei ist γ eine positive Konstante.

Skizzieren Sie den Verlauf der Rückwärts/Vorwärts-Lichtkegel von Raumzeit-Punkten $(\tau_0, x_0, 0, 0)$ bezüglich der Koordinaten (τ, x, y, z) .

An den Skizzen kann man erkennen, dass die zeitliche Änderung des Skalenfaktors auch als eine Änderung der Lichtgeschwindigkeit interpretiert werden kann; erläutern Sie dies.