
Übungen zur Elektrodynamik
Aufgabenblatt 13

Aufgabe 37

Gegeben sei ein leitender Halbraum,

$$\mathcal{V} = \{\vec{x} : x^1 > 0\}.$$

Das Potential auf $\partial\mathcal{V}$ sei $V = 0$. Eine Punktladung q werde bei $(x_q^1, x_q^2, x_q^3) = (-a, 0, 0)$ ($a > 0$) plziert. Bestimmen Sie die auf $\partial\mathcal{V}$ influenzierte Flächenladungsdichte und die Influenzladung auf der Fläche.

[4 Punkte]

Aufgabe 38

Betrachten Sie eine Anordnung aus 2 Leitervolumina

$$\mathcal{V}_1 = \{\vec{x} : |\vec{x}| < R_1\}, \quad \mathcal{V}_2 = \{\vec{x} : R_1 + a < |\vec{x}| < R_1 + a + b\}$$

wobei $0 < a \ll R_1$ und $0 < b \leq a$. Berechnen Sie die Kapazitätskoeffizienten für diese Anordnung:

- (i) Für den Fall, dass keine weitere Materialien vorhanden sind.
- (ii) Für den Fall, dass der Raum zwischen den beiden Leitervolumina mit einem homogenen, isotropen Dielektrikum ausgefüllt ist, mit elektrischer Suszeptibilität χ . [5 Punkte]

Aufgabe 39

(i) Eine Anordnung aus Leitervolumina $\mathcal{V}_1, \dots, \mathcal{V}_N$ sei gegeben, mit vorgegebenen Potentialen V_j auf den $\partial\mathcal{V}_j$. Es sei $\rho_{\text{aus}} = 0$, und C_{ik} seien die Kapazitätskoeffizienten der Leiteranordnung. Zeigen Sie, dass die elektrostatische Gesamtenergie der Leiteranordnung,

$$\mathcal{E}_{\text{el}} = \frac{\epsilon_0}{2} \int_{\mathbb{R}^3} |\vec{E}(\vec{x})|^2 d^3x,$$

übereinstimmt mit $\frac{1}{2} \sum_{i,k=1}^N C_{ik} V_i V_k$.

(ii) Eine Anordnung aus Leiterschleifen $\vec{\Gamma}_1, \dots, \vec{\Gamma}_N$ mit stationären Strömen I_1, \dots, I_n sei gegeben. Weitere Ströme seien nicht vorhanden. Es seien L_{ik} die Induktivitätskoeffizienten der Anordnung. Zeigen Sie, dass die magnetische Gesamtenergie der Anordnung,

$$\mathcal{E}_{\text{mag}} = \frac{1}{2\mu_0} \int_{\mathbb{R}^3} |\vec{B}(\vec{x})|^2 d^3x,$$

übereinstimmt mit $\frac{1}{2} \sum_{i,k=1}^N L_{ik} I_i I_k$.

Bemerkung: Man kann (ii) formal rechnen mit idealisiert linienartigen Leiterschleifen. Streng genommen müsste man aber mit Leiterschleifen endlicher Dicke und räumlich ausgedehnten stationären Stromdichten in den Leiterschleifen rechnen, um endliche Selbstinduktivitäten zu erhalten.

[6 Punkte]

Abgabe: Am Mittwoch, den 23.7.2008 in der Vorlesung.