
Übungen zur Elektrodynamik
Aufgabenblatt 12

Aufgabe 34

Bestimmen Sie die (kartesischen) Dipol- und Quadrupolmomente für die Ladungsverteilungen:

(a) $\varrho(\vec{x}) = \varrho_0$ (konstant) falls $(x^1)^2 + (x^2)^2 \leq R^2$, $0 \leq x^3 \leq h$; außerhalb dieses Bereichs ist $\varrho(\vec{x}) = 0$.

(b) $\varrho = \varrho_S$ ist eine konstante Flächenladungsdichte auf der Halbsphäre $(x^1)^2 + (x^2)^2 + (x^3)^2 = R^2$, $x^3 \geq 0$.

[5 Punkte]

Aufgabe 35

Gegeben sei eine Anordnung mit einer perfekt leitenden Kugel zentriert im Ursprung $\vec{x} = 0$ und einer Punktladung q platziert bei $\vec{y}$ außerhalb der Kugel.

(a) Formulieren Sie das Randwertproblem für das elektrostatische Potential φ der Anordnung im Außenraum der Kugel.

(b) Zeigen Sie, dass φ die Form hat

$$\varphi(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{|\vec{x} - \vec{y}|} + \frac{q'}{|\vec{x} - \vec{y}'|} \right)$$

mit einem $\vec{y}'$ innerhalb der Kugel und geeignetem q' . Bestimmen Sie $\vec{y}'$ und q' aus $\vec{y}$ und q unter Verwendung der Randbedingungen.

(Ansatz: $\vec{y}$ und $\vec{y}'$ liegen auf einer gemeinsamen Linie durch den Ursprung.)

(c) $q'/4\pi\epsilon_0|\vec{x} - \vec{y}'|$ entspricht dem Potential einer Punktladung im Inneren der Kugel. Sie wird als "Spiegelladung" bezeichnet. Illustrieren/erläutern Sie diese Bezeichnung.

(d) Bestimmen Sie die Greensche Funktion $\mathcal{G}_D(\vec{x}, \vec{x}')$ für die perfekt leitende Kugel.
(Ansatz: Schreiben Sie das Ergebnis für $\varphi(\vec{x})$ in der Form $\varphi(\vec{x}, \vec{y})$ (mit $\vec{y}' = \vec{y}'(\vec{y})$); ersetzen Sie $\vec{y}$ durch $\vec{x}'$.)

[7 Punkte]

Aufgabe 36

Ein leitendes Material nehme ein Volumen $\mathcal{V}_L$ ein, das wiederum ein Volumen $\mathcal{V}$ umschließt. ($\mathcal{V}_L$ stellt also eine Berandung endlicher Dicke für $\mathcal{V}$ dar.) In $\mathcal{V}$ seien keine Ladungen vorhanden. Was lässt sich über das elektrostatische Feld innerhalb von $\mathcal{V}$ allgemein sagen? Was ergibt sich für den Grenzfall $\mathcal{V}_L \rightarrow \partial\mathcal{V}$? Welche wichtige (anwendungsrelevante) Konsequenz hat die allgemeine Aussage bei dieser Anordnung?

[3 Punkte]

Abgabe: Am Mittwoch, den 16.7.2008 in der Vorlesung.