Prof. Dr. R. Verch
PD Dr. S. Fritzsche
Dr. P. Marecki

UNIVERSITÄT LEIPZIG
Inst. f. Theoretische Physik

Sommersemester 2008

Übungen zur Elektrodynamik
Aufgabenblatt 4

Aufgabe 10
Gegeben sei das in der Abbildung dargestellte System aus einem langen dünnen Draht $\vec{\Gamma}_1$, der parallel zur $\vec{e}_2$-Achse verläuft und sich in $\vec{e}_1$-Richtung mit der konstanten Geschwindigkeit $\vec{v} = v\vec{e}_1$ bewegt. Durch den Draht $\vec{\Gamma}_1$ fließt ein zeitabhängiger Strom $I(t) = I_0 \cos(\omega t)$.

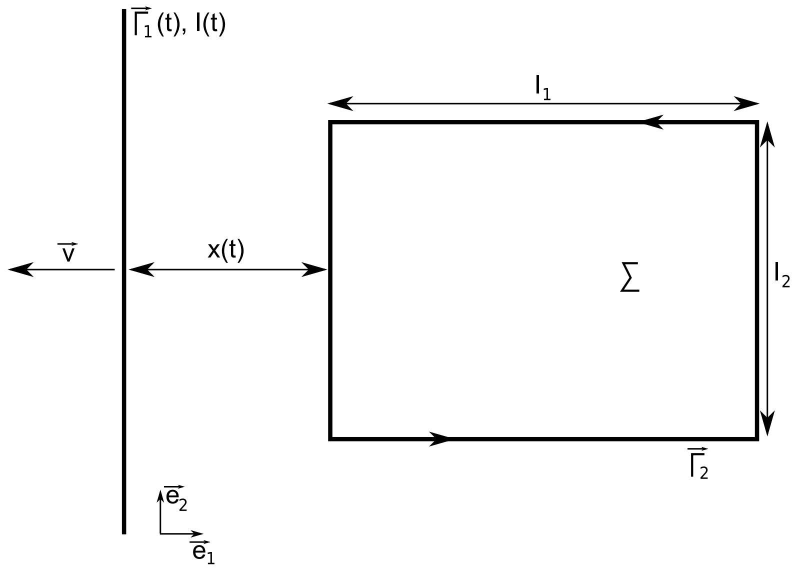

Figure 1: Abbildung zur Aufgabe 10.

Die Leiterschleife $\vec{\Gamma}_2$ ruhe im Koordinatensystem inder $x^1 - x^2$ Ebene und sei die Berandung des Rechtecks Σ mit Kantenlängen l_1 und l_2.

Berechnen Sie die in $\vec{\Gamma}_2$ zur Zeit t induzierte Spannung

$$U(t) = -\frac{d}{dt} \int_\Sigma \vec{B}(t,y) \cdot \vec{n}(y)\, d\sigma(y).$$

Dabei ist $\vec{B}(t,\vec{x})$ das von $\vec{\Gamma}_1$, $I(t)$ erzeugte Magnetfeld. (Überlegen Sie, wie $\vec{n}$ gerichtet sein muss!). Nehmen Sie dabei an: $x(t) = v \cdot t + x_0$; und nehmen Sie an, dass die quasistationäre Näherung zulässig ist, d.h. dass $\vec{B}(t,\vec{x})$ mit dem Ampèrschen bzw. Biot-Savartschen Gesetz bestimmbar ist. (Gilt exakt nur für stationäre Ströme.)

Aufgabe 11

Betrachten Sie die stationäre Stromverteilung

$$\vec{j} = \begin{cases} \frac{I}{\pi R_0^2}\, \vec{e}_3 & \text{falls } 0 \leqslant a \leqslant R_0 \\ 0 & \text{falls } R_0 < a < R_1 \\ -\frac{I}{\pi(R_2^2 - R_1^2)}\, \vec{e}_3 & \text{falls } R_1 \leqslant a \leqslant R_2 \\ 0 & \text{falls } R_2 < a < 0 \end{cases}$$

wobei $I > 0$ und $0 < R_0 < R_1 < R_2$ sein sollen und

$$\vec{x} = a\cos\varphi\, \vec{e}_1 + a \sin\varphi\, \vec{e}_2 + z\vec{e}_3 \quad \text{(Zylinderkoordinaten)}.$$

Bestimmen Sie mit Hilfe des Ampèrschen Gesetzes das Magnetfeld $\vec{B}(\vec{x})$, das zu dieser Stromverteilung gehört. (Koaxialkabel) Sie dürfen annehmen, dass in Zylinderkoordinaten $\vec{B}$ nur von a und φ abhängt.

Aufgabe 12

Betrachten Sie den in einem zylinderartigen Leiter mit Radius R fließenden, stationären Strom, mit der Stromdichte:

$$\vec{j} = \theta(R - \rho)\, I\, \vec{e}_3$$

wobei $\rho = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$. Der Leiter befindet sich in einem entlang $\vec{e}_2$ gerichteten Magnetfeld

$$\vec{B} = B(x_3)\, \vec{e}_2.$$

Berechnen Sie die auf jedes Volumenelement des Leiters wirkende Kraftdichte, $\vec{f}(\vec{x})$. In den Fällen $B(x_3) = const$ und $B(x_3) = x_3$ berechnen Sie zusätzlich das auf einen Abschnitt des Leiters, $x_3 \in [-a, a]$, wirkenden Drehmoment

$$\vec{D} = \int d^3x\ \vec{x} \times \vec{f}.$$

[Wert jeder Aufgabe = 5 Punkte]

Abgabe: Am Mittwoch, den 21.5.2008 in der Vorlesung.